

汉中市 2023 届高三年级教学质量第一次检测考试

数学（理科）

（命题学校：勉县武侯中学）

本试卷共 23 小题，共 150 分，共 4 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $z = \frac{3+4i}{i}$ (i 为虚数单位)，则下列结论正确的有 ()

- A. z 的共轭复数为 $\bar{z} = 4-3i$ B. $|z| = 5$
C. z 的虚部为 $-3i$ D. 在复平面内 z 是第三象限的点

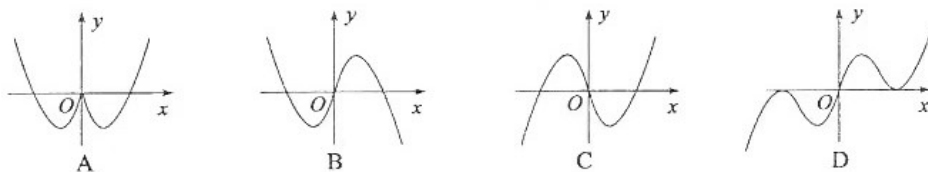
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | |x| \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-1, 2]$ B. $(-1, 2)$ C. $(2, 3]$ D. $[2, 3)$

3. 命题“空间几何体 $A-BCD$ 是正三棱锥”是命题“空间几何体 $A-BCD$ 是正四面体”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $f(x) = 2(x^3 - x)e^{|x|}$ 的图象大致是 ()



5. m, n 为空间中两条不重合直线， α 为空间中一平面，则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $m \parallel n$, $n \subseteq \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$ B. 若 $m \perp \alpha$, $m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$
C. 若 $m \parallel \alpha$, $n \subseteq \alpha$, 则 $m \parallel n$ D. 若 $m \perp \alpha$, $m \parallel n$, 则 $n \perp \alpha$

6. 已知由正数组成的等比数列 $\{a_n\}$ 中，前 6 项的乘积是 64，那么 $a_3 + a_4$ 的最小值是 ()

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

理科数学 第 1 页 共 4 页

7. 为得到函数 $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需将 $y = \sin 2x$ 的图象 ()
- A. 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度
8. 卡塔尔世界杯期间, 6 名留学生到甲、乙、丙三个场馆做志愿者, 每名同学只去 1 个场馆, 甲场馆安排 1 名, 乙场馆安排 2 名, 丙场馆安排 3 名, 则不同的安排方法共有 ()
- A. 120 种 B. 90 种 C. 60 种 D. 30 种
9. 直线 $x + y - 2 = 0$ 分别与 x 轴, y 轴交于 A, B 两点, 点 P 在圆 $(x+2)^2 + y^2 = 2$ 上, 则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是 ()
- A. $[2, 6]$ B. $[4, 8]$ C. $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ D. $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$
10. 扇子文化在中国源远流长. 如图, 在长为 50cm、宽为 20cm 的矩形白纸上做一个扇环形扇面, 扇面的外环弧长为 60cm, 内环弧长为 15cm, 径长 (外环半径与内环半径之差) 为 16cm. 若从矩形中任意取一点, 则该点落在扇面中的概率为 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$
11. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴的两个端点与抛物线 $x^2 = 8by$ 的焦点是一个直角三角形的顶点, 则该双曲线的离心率为 ()
- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$
12. 若函数 $f(x) = |\log_2 x| - 3^{-x}$ 的两个零点是 m, n , 则 ()
- A. $m \cdot n = 1$ B. $m \cdot n > 1$ C. $0 < m \cdot n < 1$ D. 无法判断



第II卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 曲线 $f(x) = x \ln x$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程为_____.
14. 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (3, m)$, 若 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| =$ _____.
15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{n+1} = 3a_n + 3^{n+1}$, 若 $a_1 = 3$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.
16. 若三角形内切圆的半径为 r , 三边长分别为 a, b, c , 则三角形的面积 $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$, 由类比推理的方法, 若一个四面体的内切球的半径为 R , 四个面的面积分别为 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则四面体的体积 $V =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答题写出文字说明、证明过程和演算步骤。第 17~21 题是必考题，每个考生都必须作答。第 22、23 题是选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题 12 分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边，且 $(2b - a)\cos C = c \cdot \cos A$

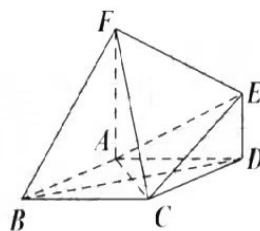
(1) 求角 C ；

(2) 若 $c^2 = 2ab$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 $a + b$ 的值。

18. (本小题 12 分) 如图，多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $FA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $ED \parallel FA$ ，且 $AB = FA = 2ED = 2$ 。

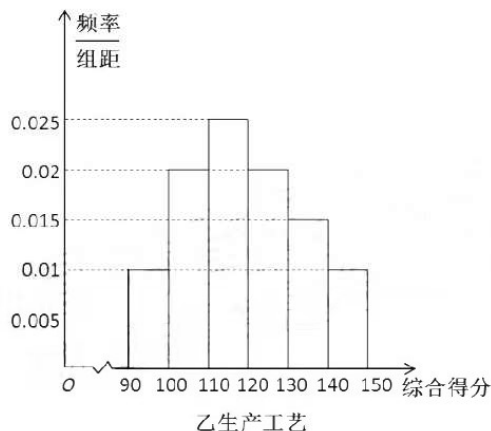
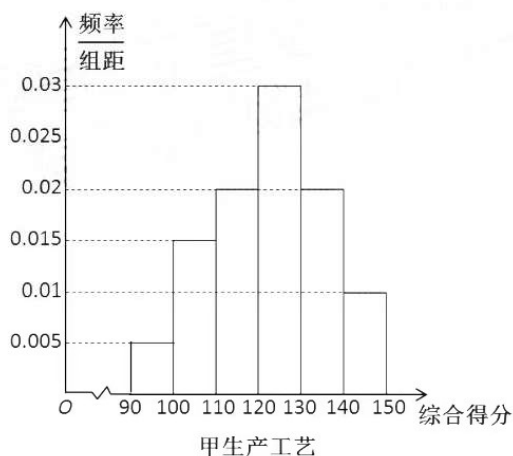
(1) 求证： $BD \perp FC$ ；

(2) 求二面角 $F - AC - E$ 的大小。



18 题图

19. (本小题 12 分) 某企业为响应国家在《“十四五”工业绿色发展规划》中提出的“推动绿色发展，促进人与自然和谐共生”的号召，推进产业结构高端化转型，决定开始投入生产某新能源配件。该企业初步用甲、乙两种工艺进行试产，为了解两种工艺生产新能源配件的质量情况，从两种工艺生产的产品中分别随机抽取了 100 件进行质量检测，得到下图所示的频率分布直方图，规定质量等级包含合格和优等两个等级，综合得分在 $[90, 120)$ 的是合格品，得分在 $[120, 150]$ 的是优等品。



19 题图

(1) 从这 100 件甲工艺所生产的新能源配件中按质量等级分层抽样抽取 5 件，再从这 5 件中随机抽取 2 件做进一步研究，求恰有 1 件质量等级为优等品的概率；

(2) 根据频率分布直方图完成下面的 2×2 列联表，并判断是否有 95% 的把握认为新能源配件的质量等级与生产工艺有关？该企业计划大规模生产这种新能源配件，若你是该企业的决策者，你会如何安排生产，为什么？

	合格品	优等品	合计
甲生产工艺			
乙生产工艺			
总 计			

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

20. (本小题 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, P 为椭圆 C 上的一个动点, ΔPF_1F_2 面积的最大值为 2.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 设斜率存在的直线 PF_2 与 C 的另一个交点为 Q , 是否存在点 $T(t, 0)$, 使得 $|TP| = |TQ|$. 若存在, 求出 t 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = ax - e \ln x$, $g(x) = e^x - x^e$, $x \in (0, +\infty)$, a 为常数.

(1) 若 $f'(1) = 1 - e$, 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 在 (1) 的条件下, 证明: $x^e \cdot f(x) \leq g(x)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题 10 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2 \sin \theta$;

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程, 并化为标准方程;

(2) 已知点 P 的极坐标为 $(1, \pi)$, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $(\sqrt{|PA|} + \sqrt{|PB|})^2$ 的值.

23. (本小题 10 分) 已知函数 $f(x) = |x - 1| + |x + a|$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(2) 若 $a > 0$, 对任意的 $x \in R$, $f(x) \geq a^2 - 2a + 3$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线