2022届高三二轮复习联考(三)　全国卷

理科数学参考答案及评分意见

1.C 【解析】因为全称量词的命题的否定是存在量词的命题，命题“$\forall x>0, x^2-2x\leqslant 0$”是全称量词的命题，所以其否定是“$\exists x>0, x^2-2x>0$”.故选C.

2.B 【解析】由题 $N=\{x|y=\ln(x^2-x)\}=\{x|x^2-x>0\}=\{x|x>1$ 或 $x<0\}$，$\complement_{\mathbf{R}}N=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$，所以 $M\cap(\complement_{\mathbf{R}}N)=\{x|0<x\leqslant 1\}$，故选B.

3.C 【解析】$z=\frac{1-\mathrm{i}}{\mathrm{i}^{2022}}=\frac{1-\mathrm{i}}{-1}=-1+\mathrm{i}$，$|z|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，故选C.

4.D 【解析】因为 $f(x)=\sqrt{3}\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 和 $g(x)=2\cos(2x+\varphi)-1\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象的对称轴完全相同，∴两函数的最小正周期相等，即 $\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，$\omega=2$，故选D.

5.A 【解析】由题函数 $f(-x)=\frac{(\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x})\cdot\ln|x|}{2}=-f(x)$，所以函数 $f(x)$ 为奇函数，排除C，D选项，又 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{(\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}-\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}})\cdot\ln\frac{1}{2}}{2}<0$，排除B选项，故选A.

6.D 【解析】由题意得 $y^2=4x$，所以准线为 $x=-1$，又因为 $|MF|=3$，所以 M 的横坐标为2，纵坐标为 $\pm 2\sqrt{2}$，所以 M 点到 x 轴的距离为 $2\sqrt{2}$.故选D.

7.A 【解析】由题，3个场馆摆放冰墩墩的数量可能为1，1，3或1，2，2.故所有可能的安排情况有 $C_5^3\cdot C_3^1\cdot 2+C_5^1\cdot C_3^1\cdot C_4^2=150$ 种.当红色冰墩墩和橘色冰墩墩被摆放在同一场馆的情况有 $C_3^1\cdot C_3^1\cdot 2+C_3^1\cdot C_3^1\cdot 2=36$ 种.所以红色冰墩墩和橘色冰墩墩被摆放在同一个场馆的概率为 $\frac{36}{150}=\frac{6}{25}$.故选A.

8.B 【解析】对于①，当5个数据为115，130，130，136，149时，中位数为130，总体均值为132，即甲不一定优秀；对于②，∵中位数为132，∴3次成绩不低于125，又∵众数为125，∴有2次成绩必为125，∴5次成绩都不低于125，乙为优秀；对于③，设5次成绩分别为 $x_1, x_2, 133, x_4, x_5$，且 $x_1\leqslant x_2\leqslant 133\leqslant x_4\leqslant x_5$，则 $5=\frac{1}{5}[(x_1-133)^2+(x_2-133)^2+0+(x_4-133)^2+(x_5-133)^2]$，即 $25=(x_1-133)^2+(x_2-133)^2+(x_4-133)^2+(x_5-133)^2$，又 $(x_1-133)^2<25$，所以 $128<x_1<133$，所以丙同学成绩优秀；对于④，5个数据若为124，126，126，126，127，满足条件，但丁同学成绩不优秀.故选B.

9.C 【解析】由 $a_4+a_5=8(a_7+a_8)$，即 $a_4+a_5=8q^3(a_4+a_5)$，所以 $q=\frac{1}{2}$，因为 $0<q=\frac{1}{2}<1$，$a_n>0$，所以等比数列 $\{a_n\}$ 为递减数列，又 $a_{11}=a_8q^3=8\times\frac{1}{8}=1$，所以当 $n\geqslant 12$ 时，$a_n<1$，即当 $n=10$ 或 $n=11$ 时，T_n 取得最大值.故选C.

10.A 【解析】双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 中，$a=2$，$b=\sqrt{5}$，$c=\sqrt{5+4}=3$，$F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$，圆 E 半径为 $r=1$，$E(0,\sqrt{7})$，$|PQ|+|PF_2|=|PQ|+|PF_1|+2a\geqslant|PE|-1+|PF_1|+4=|PE|+|PF_1|+3\geqslant|EF_1|+3=\sqrt{3^2+(\sqrt{7})^2}+3=7$，当且仅当 P 是线段 EF_1 与双曲线的交点时取等号.∴$|PQ|+|PF_2|$ 的最小值是7.故选A.

11.A 【解析】由题可得球 O 的半径为2，因为 AP 是球 O 的直径，所以 $AP=4$，$\angle PAB=\frac{\pi}{6}$，设点 A 在平面 BCD 内的投影为点 H，可得 $AB=2\sqrt{3}$，$BH=\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}BC$，则 $BC=3$，三棱锥 $A-BCD$ 的高 $AH=3$，则体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 3^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 3=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.故选A.

12.D 【解析】构造函数 $F(x)=f(x)-\frac{1}{x}$，$x\in(1,+\infty)$，所以 $F'(x)=f'(x)+\frac{1}{x^2}=\frac{x^2f'(x)+1}{x^2}>0$，

∴函数 $F(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，∵不等式 $f(\log_2 x)>1+\log_x 2$，即 $F(\log_2 x)=f(\log_2 x)-\frac{1}{\log_2 x}>1=F(2)$，

∴$\log_2 x>2=\log_2 4$，解得 $x>4$.故选D.

13.0 【解析】由题易得 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,3)$，$\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$.

14.±1 【解析】二项式 $\left(2x-\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r(2x)^{6-r}\left(-\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^r=C_6^r(-a)^r\cdot 2^{6-r}\cdot x^{6-\frac{3}{2}r}$，

令 $6-\frac{3}{2}r=0$，得 $r=4$，常数项为 $C_6^4(-a)^4\cdot 2^2=60a^4=60$，$a^4=1$，得 $a=\pm 1$.

15.-2 【解析】设 $g(x)=f(x-2)=|x|+e^{x}+e^{-x}+a$，∴$g(-x)=|-x|+e^{-x}+e^{x}+a=|x|+e^{x}+e^{-x}+a=g(x)$

故函数 $g(x)$ 为偶函数，则函数 $f(x-2)$ 的图像关于 y 轴对称，故函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=-2$ 对称，

∵$f(x)$ 有唯一零点，∴$f(-2)=0$，即 $a=-2$.

16.$4-\frac{4}{2^{10}}$ 【解析】由 $a_1=1$，$2^{n-1}a_n=2^{n-2}a_{n-1}-2^{n-2}+2(n\geqslant 2)$，可得 $2^{n-1}(a_n+1)=2^{n-2}(a_{n-1}+1)+2^{n-1}-2^{n-2}-2^{n-2}+2$，

即 $2^{n-1}(a_n+1)=2^{n-2}(a_{n-1}+1)+2$，所以数列 $\{2^{n-1}(a_n+1)\}$ 是以 $2^{1-1}(a_1+1)=2$ 为首项、2 为公差的等差数列，

所以 $2^{n-1}(a_n+1)=2n$，由 $\frac{a_n+1}{n}=\frac{2}{2^{n-1}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$，$S_n=\frac{2\times\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}=4-\frac{1}{2^{n-2}}$.则 $S_{12}=4-\frac{1}{2^{10}}$.

17.【解析】(1)在△ABC 中，由 $4S=a^2+c^2-b^2$，

有 $4\times\frac{1}{2}\times ac\sin B=a^2+c^2-b^2$，

则 $\sin B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\cos B$ ，…………………………………………………………………… 3 分

即 $\tan B=1$，∵$B\in(0,\pi)$，

所以 $B=\frac{\pi}{4}$. ……………………………………………………………………………………………… 5 分

(2)在△BCD 中，$BD=2$，$DC=1$，∴$BC^2=1^2+2^2-2\times1\times2\times\cos D=5-4\cos D$ ，

又 $A=\frac{\pi}{2}$，则△ABC 为等腰直角三角形，…………………………………………………………… 7 分

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times BC\times\frac{1}{2}\times BC=\frac{1}{4}BC^2=\frac{5}{4}-\cos D$ ，

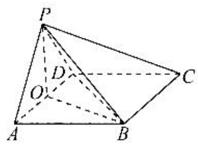
又 $S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}\times BD\times DC\sin D=\sin D$，…………………………………………………… 9 分

∴$S_{ABDC}=\frac{5}{4}-\cos D+\sin D=\frac{5}{4}+\sqrt{2}\sin\left(D-\frac{\pi}{4}\right)$，

当 $D=\frac{3\pi}{4}$ 时，四边形 $ABDC$ 的面积最大值，最大值为 $\frac{5}{4}+\sqrt{2}$. ……………………………… 12 分

18.【解析】(1)证明：连结 BD，

因为底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle BAD=60°$，所以 $AD=AB=BD$.



因为 O 为 AD 的中点，所以 $OB\perp AD$.

因为 $AD\perp PB$，$AD\perp OB$，$OB\cap PB=B$，$PB\subset$平面 POB，$OB\subset$平面 POB，

所以 $AD\perp$平面 POB.所以 $PO\perp AD$. ………………………………………………… 3 分

在 Rt△AOP 和 Rt△DOP 中，因为 $PO=PO$，$OA=OD$，$\angle AOP=\angle DOP$，

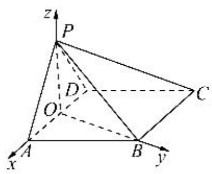
所以△AOP≌△DOP.

所以 $PA=PD$. …………………………………………………………………………………………… 5 分

(2)由 $AD=PB=2$，得 $OB=\sqrt{3}$，$PO=OA=1$，

因为 $PO^2+OB^2=PB^2$，所以 $OP\perp OB$.

所以 OA，OB，OP 所在的直线两两互相垂直.……………………………………………………… 6 分



以 O 为坐标原点，分别以 OA，OB，OP 所在直线为 x 轴，y 轴，z 轴建立如图所示的空间直角坐标系.

则 $A(1,0,0)$，$D(-1,0,0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$，$P(0,0,1)$，

所以 $\overrightarrow{PD}=(-1,0,-1)$，$\overrightarrow{PB}=(0,\sqrt{3},-1)$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=(-2,0,0)$， ……………………………… 8 分

设平面 PBD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PD}=-x_1-z_1=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=\sqrt{3}y_1-z_1=0,\end{cases}$ 令 $y_1=1$，则 $x_1=-\sqrt{3}$，$z_1=\sqrt{3}$，所以 $\boldsymbol{n}=(-\sqrt{3},1,\sqrt{3})$.

设平面 PBC 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}=-2x_2=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PB}=\sqrt{3}y_2-z_2=0,\end{cases}$ 令 $y_2=1$，则 $x_2=0$，$z_2=\sqrt{3}$，所以 $\boldsymbol{m}=(0,1,\sqrt{3})$. ………………………… 10 分

设二面角 $D-PB-C$ 的平面角为 θ，由于 θ 为锐角，

所以 $\cos\theta=|\cos\langle \boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{4}{2\times\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

所以二面角 $D-PB-C$ 的余弦值为$\frac{2\sqrt{7}}{7}$. ……………………………………………………………… 12 分

19.【解析】(1) 由题意可知 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{557}{84}\approx 6.6$, ……………………………………… 2 分

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=33-6.6\times 26=-138.6$; ……………………………………………………… 4 分

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程是 $\hat{y}=6.6x-138.6$; ……………………………………………… 6 分

(2)① 用指数回归模型拟合 y 与 x 的关系,相关指数 $R^2\approx 0.9522$,

线性回归模型拟合 y 与 x 的关系,相关指数 $R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{6}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{6}(y_i-\bar{y})^2}=1-\frac{236.64}{3930}\approx 0.9398$, ……………………… 8 分

且 $0.9398<0.9672$, $\therefore$ 用 $\hat{y}=0.06e^{0.2303x}$ 比 $\hat{y}=6.6x-138.6$ 拟合效果更好. …………………… 10 分

② $\hat{y}=0.06e^{0.2303x}$ 中,令 $x=35$,则 $\hat{y}=0.06e^{0.2303\times 35}=0.06e^{8.0605}\approx 0.06\times 3167\approx 190$,

故预测温度为 35 ℃ 时该昆虫产卵数约为 190 个. ……………………………………………………… 12 分

20.【解析】(1) 由题可知, $F(c,0)$, $A(0,b)$,则 $-\frac{b}{c}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, ……………………………………………… 2 分

直线 FA 的方程为 $\frac{x}{c}+\frac{y}{b}=1$,即 $bx+cy-bc=0$,

所以 $\frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,解得 $b=1$, $c=\sqrt{3}$,又 $a^2=b^2+c^2=4$, ……………………………………… 4 分

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………………… 5 分

(2) 证明:由题易知该动直线的斜率不为 0,设该动直线为 $l: x=ty+4$, $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$,

联立方程 $\begin{cases}x^2+4y^2-4=0,\\ x=ty+4,\end{cases}\Rightarrow (t^2+4)y^2+8ty+12=0$,

$\Delta=16(t^2-12)>0$, $y_1+y_2=\frac{-8t}{t^2+4}$, $y_1y_2=\frac{12}{t^2+4}$, ……………………………………………… 8 分

直线 $A_1P: y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$, $A_2Q: y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$,

联立可得 $\frac{x+2}{x-2}=\frac{x_1+2}{y_1}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}$,

$\because x_1^2+4y_1^2-4=0$, $\therefore \frac{x_1+2}{y_1}=\frac{-4y_1}{x_1-2}$, ……………………………………………………… 10 分

所以 $\frac{x+2}{x-2}=\frac{-4y_1y_2}{(x_1-2)(x_2-2)}=\frac{-4y_1y_2}{(ty_1+2)(ty_2+2)}=\frac{-4y_1y_2}{t^2y_1y_2+2t(y_1+y_2)+4}=-3$,

$\therefore x=1$,即点 E 在定直线 $x=1$ 上. ……………………………………………………………… 12 分

21.【解析】(1) 当 $a=1$ 时, $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln x$,

所以 $f'(x)=x-\frac{1}{x}$, ……………………………………………………………………………… 2 分

又有 $f(1)=\frac{1}{2}$, $f'(1)=0$,

所以切线方程为 $y=\frac{1}{2}$. …………………………………………………………………………… 4 分

(2) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, $\because f(x)=\frac{1}{2}ax^2-(a-1)x-\ln x$,

$\therefore f'(x)=ax-(a-1)-\frac{1}{x}=\frac{ax^2-(a-1)x-1}{x}=\frac{(ax+1)(x-1)}{x}$,

若方程 $f(x)=0$ 有两个不等实数根，即函数 $f(x)$ 有两个不同的零点，…………………………………………………… 6 分

当 $a\geqslant 0$ 时，由 $f'(x)<0$ 得 $x\in(0,1)$，由 $f'(x)>0$ 得 $x\in(1,+\infty)$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

∴若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点则必有 $f(1)=-\frac{1}{2}a+1<0$，即 $a>2$.

此时，在 $x\in(1,+\infty)$ 上有 $f(2)=2a-2(a-1)-\ln 2=2-\ln 2>0$，

在 $x\in(0,1)$ 上，∵ $f(x)=\frac{1}{2}a(x^2-2x)+x-\ln x$，

∵ $-1<x^2-2x<0$，∴ $f(x)>-\frac{1}{2}a+x-\ln x$，

∴ $f(e^{-\frac{1}{2}a})>-\frac{1}{2}a+e^{-\frac{1}{2}a}-\ln(e^{-\frac{1}{2}a})=e^{-\frac{1}{2}a}>0$，

∴ $f(x)$ 在区间 $(0,1)$、$(1,+\infty)$ 上各有一个零点，故 $a>2$ 满足题意；…………………………………… 9 分

当 $a=-1$ 时，∵函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，∴函数 $f(x)$ 至多一个零点，不合题意；

当 $-1<a<0$ 时，∵函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减，在 $\left(1,-\frac{1}{a}\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ 上单调递减，

∴函数 $f(x)$ 的极小值为 $h(1)=-\frac{1}{2}a+1>0$，∴函数 $f(x)$ 至多一个零点，不合题意；

当 $a<-1$ 时，∵函数 $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\frac{1}{a},1\right)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

∴函数 $f(x)$ 的极小值为 $f\left(-\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{2a}+\frac{1}{a}(a-1)-\ln\left(-\frac{1}{a}\right)=1-\frac{1}{2a}+\ln(-a)>0$，

∴函数 $f(x)$ 至多一个零点，不合题意.

综上所述，实数 a 的取值范围是 $(2,+\infty)$. …………………………………………………… 12 分

22.【解析】(1)由 $\rho=2\cos\theta+4\sin\theta$ 得 $\rho^2=2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta$，…………………………………… 2 分

所以 $x^2+y^2=2x+4y$，即曲线 C 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$. …………………………………… 4 分

(2)设点 A,B 对应的参数分别为 t_1,t_2，则 $|MA|=t_1$，$|MB|=t_2$，

设直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha,\end{cases}$ (t 为参数)，

代入 C 的直角坐标方程 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$ 中，

整理得 $t^2-2(\cos\alpha+\sin\alpha)t-3=0$. …………………………………………………… 6 分

由根与系数的关系得 $t_1+t_2=2(\cos\alpha+\sin\alpha)$，$t_1\cdot t_2=-3$，

则 $|MA|+|MB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{4(\cos\alpha+\sin\alpha)^2+12}=\sqrt{4\sin 2\alpha+16}\geqslant 2\sqrt{3}$，…… 8 分

当且仅当 $\sin 2\alpha=-1$ 时，等号成立，此时 $2\alpha=\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\alpha=\frac{3\pi}{4}+k\pi$，$(k\in\mathbf{Z})$，

当 $k=0$ 时，$\alpha=\frac{3\pi}{4}$，直线斜率为 -1，此时 l 的普通方程为 $x+y-1=0$. …………………………………… 10 分

23.【解析】(1) $f(x)=|x+1|+|x+2|=\begin{cases}-2x-3 & x\leqslant -2,\\ 1 & -2<x<-1,\\ 2x+3 & x\geqslant -1,\end{cases}$ …………………………………… 2 分

由 $f(x)\leqslant 3$，得 $\begin{cases}-2x-3\leqslant 3,\\ x\leqslant -2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1\leqslant 3,\\ -2<x<-1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x+3\leqslant 3,\\ x\geqslant -1,\end{cases}$

解得：$-3\leqslant x\leqslant -2$ 或 $-2<x<-1$ 或 $-1\leqslant x\leqslant 0$.

∴不等式 $f(x)\leqslant 3$ 的解集为 $\{x|-3\leqslant x\leqslant 0\}$；…………………………………………………… 5 分

(2)∵ $f(x)=|x-a|+|x+1|\geqslant|(x-a)-(x+1)|=|a+1|$，

当 $(x-a)(x+1)\leqslant 0$ 时取等号，…………………………………………………… 7 分

∴若关于 x 的不等式 $f(x)<2$ 的解集不是空集，

只需 $|a+1|<2$，解得 $-3<a<1$，

∴实数 a 的取值范围是 $(-3,1)$. …………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。