绝密★启用并使用完毕前

高中三年级2月学校联考

数学试题

本试卷共4页,22题,全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.设集合 $A=\{x\mid y=\ln(x-2)\}$，$B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $A\cup B=$

A. $(2,3]$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,3]$

2.复数$\dfrac{1+i}{i}$(其中i为虚数单位)在复平面内所对应的点位于

A.第一象限　　B.第二象限　　C.第三象限　　D.第四象限

3.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x+1, & x<1,\\ f(x-3), & x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $f(9)=$

A.2　　B.9　　C.65　　D.513

4.圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 与圆 $x^2+2mx+y^2+m^2-1=0$ 至少有三条公切线,则 m 的取值范围是

A. $(-\infty,-\sqrt{5}]$　　B. $[\sqrt{5},+\infty)$

C. $[-\sqrt{5},\sqrt{5}]$　　D. $(-\infty,-\sqrt{5}]\cup[\sqrt{5},+\infty)$

5.已知 $\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\tan(\alpha-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin(\pi-\alpha)=$

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

6.已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则“$\{a_n\}$ 为递增数列”是“$\{S_n\}$ 为递增数列”的

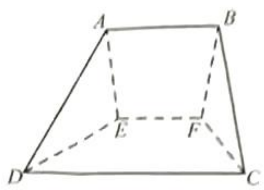
A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分又不必要条件

7.放射性核素锶89的质量 M 会按某个衰减率衰减,设初始质量为 M_0,质量 M 与时间 t(单位:天)的函数关系为 $M=M_0\cdot(\dfrac{1}{2})^{\frac{t}{h}}$(其中 h 为常数),若锶89的半衰期(质量衰减一半所用的时间)约为50天,那么锶89的质量从 M_0 衰减至 $0.66M_0$ 所经过的时间约为(参考数据:$\log_2 0.66\approx-0.6$)

A.10　　B.20　　C.30　　D.40

8.《九章算术》中将三条棱互相平行且有一个面为梯形的五面体称为"羡除".如图所示,已知五面体 $ABCDEF$ 为羡除,其中 $AB // CD // EF$,$AB=4$,$CD=8$,$EF=3$,CD 与 EF 的距离为 8,点 A 到平面 $CDEF$ 的距离为 6,则该羡除的体积为



A.108　　B.112

C.120　　D.132

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9.球队统计了某篮球运动员在联赛前 9 轮比赛中的得分数据(9 个数据不全相同),已知该运动员在第 10 轮比赛中的得分恰好为前 9 轮得分的平均数,则该运动员前 10 轮比赛的得分数据与前 9 轮比赛的得分数据相比,下列说法正确的是

A.极差一定不变　　B.平均数一定不变

C.方差一定变小　　D.中位数一定不变

10.已知双曲线 C: $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{m}=1$,则下列说法正确的是

A.双曲线 C 的实轴长为 2

B.双曲线 C 的焦点到渐近线的距离为 m

C.若 $(2,0)$ 是双曲线 C 的一个焦点,则 $m=2$

D.若双曲线 C 的两条渐近线相互垂直,则 $m=2$

11.一个盒中装有质地、大小、形状完全相同的 3 个白球和 4 个红球,依次从中抽取两个球.规定:若第一次取到的是白球,则不放回,继续抽取下一个球;若第一次取到的是红球,则放回后继续抽取下一个球.下列说法正确的是

A.第二次取到白球的概率是 $\frac{19}{49}$

B."取到两个红球"和"取到两个白球"互为对立事件

C."第一次取到红球"和"第二次取到红球"互为独立事件

D.已知第二次取到的是红球,则第一次取到的是白球的概率为 $\frac{7}{15}$

12.如图所示,这是小朋友们喜欢玩的彩虹塔叠叠乐玩具.某数学兴趣小组利用该玩具制定如下玩法:在 2 号杆中自下而上串有由大到小的 $n(n\in \mathbf{N}_+)$ 个彩虹圈,将 2 号杆中的彩虹圈全部移动到 1 号杆上,3 号杆可以作为过渡使用;每次只能移动一个彩虹圈,且无论在哪个杆上,小的彩虹圈必须放置在大的上方;将一个彩虹圈从一个杆移动到另一杆上记为移动 1 次,记 a_n 为 2 号杆中 n 个彩虹圈全部移动到 1 号杆所需要的最少移动次数,设 $b_n=a_{n+1}-n$.下面结论正确的是

A. $a_3=7$　　B. $a_{n+1}=2a_n+1$

C. $b_n=2^n+n-1$　　D. $\sum_{i=1}^{n}\frac{b_i+i}{b_i\cdot b_{i+1}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+2}-n-2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

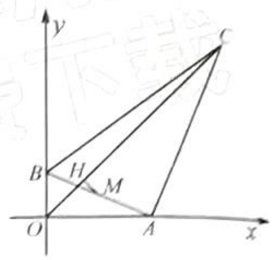
13.已知椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_2 作直线交椭圆于 A，B 两点，若 F_2 为线段 AB 的中点，则 $\triangle AF_1B$ 的面积为________.

14.某县为巩固脱贫攻坚的成果，选派 4 名工作人员到 2 个村进行调研，每个村至少安排一名工作人员，则不同的选派方式共有________种(用数字作答).

15.写出一个同时满足①②两个条件的函数解析式，即 $f(x)=$________.

①函数 $y=f(x+1)$ 的图象关于点 $(-1,0)$ 对称；② $\forall x,y\in\mathbf{R}$，$f(x\cdot y)=f(x)\cdot f(y)$.

16.如图所示，在平面直角坐标系中，点 A，B 分别在 x 轴，y 轴的正半轴上运动.已知 $\angle ACB=30^\circ$，$\angle BAC=90^\circ$，$|BC|=2$，当 A，B 运动时，$\triangle OAB$ 周长的最大值为________；M 为线段 AB 的中点，H 为直线 OC 上一点，若 $\overrightarrow{MH}\cdot\overrightarrow{OC}=0$，则 $|OH|\cdot|OC|$ 的最大值为________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(10 分)

已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，满足 $a_4+a_6=20$，$S_3=12$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若等比数列 $\{b_n\}$ 为递增数列，且 $b_1,b_2,b_3\in\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.(12 分)

第 24 届冬奥会于 2022 年 2 月 4 日在北京市和张家口市联合举行，此项赛事大大激发了国人冰雪运动的热情.某滑雪场在冬奥会期间开业，下表统计了该滑雪场开业第 x 天的滑雪人数 y(单位：百人)的数据.

天数代码 x	1	2	3	4	5	6	7
滑雪人数 y (百人)	11	13	16	15	20	21	23

(1)根据第 1 至 7 天的数据分析，可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系，请用相关系数加以说明(保留两位有效数字)；

(2)经过测算，若一天中滑雪人数超过 3 000 人时，当天滑雪场可实现盈利.请建立 y 关于 x 的回归方程，并预测该滑雪场开业的第几天开始盈利.

附注：

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i=532$，$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2}\approx 57.5$.

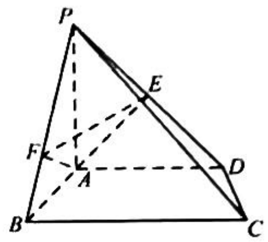
参考公式：

① 对于一组数据 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，…，(u_n,v_n)，其相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(v_i-\bar{v})^2}}$；

②对于一组数据 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，…，(u_n,v_n)，其回归直线 $\hat{v}=\hat{a}+\hat{b}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}$，$\hat{a}=\bar{v}-\hat{b}\bar{u}$.

19.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\perp AB$，$AD\parallel BC$，$AB=AD=AP=2$，$BC=3$，E 为 PD 的中点，点 F 在棱 PB 上，且满足 $AF\parallel$ 平面 PCD.

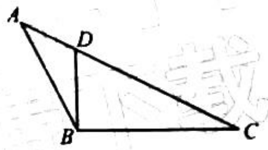


(1)求 $\dfrac{BF}{BP}$ 的值；

(2)求平面 AEF 与平面 PAB 夹角的余弦值.

20.（12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，D 为边 AC 上一点，且 $AC=4AD$，$\angle ABD=\angle ACB$，$\angle CBD=\dfrac{\pi}{2}$.



(1)求证：$\tan\angle ACB=\dfrac{1}{2}$；

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 15，求 AB 的长.

21.（12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，动点 P 到点 $F(1,0)$ 的距离比到 y 轴的距离大 1.

(1)求点 P 的轨迹方程；

(2)已知点 Q 在直线 $x=-1$ 上，点 P 在第一象限，满足 $FP\perp FQ$，记直线 OP，OQ，PQ 的斜率分别为 k_1，k_2，k_3，求 $k_1\cdot k_2\cdot k_3$ 的最小值.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\sin x-x\cos x$.

(1)证明：当 $x\in(0,\pi)$ 时，$f(x)>0$；

(2)记函数 $g(x)=f(x)-x$，判断 $g(x)$ 在区间 $(-2\pi,2\pi)$ 上零点的个数.

关于我们