



秘密★启用前

理科数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分150分，考试用时120分钟。

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 \leq 4\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为
A. 3
B. 4
C. 1
D. 2
2. 复数 $z = 5 + 12i$ ，则 $|z| =$
A. 13
B. 17
C. 5
D. 12
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若满足 $a_4 \cdot a_6 = a_3 \cdot a_5$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公比为
A. 1 或 -1
B. 无法确定
C. 1
D. -1
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(0) + f(1) =$
A. -1
B. 2
C. 0
D. 1
5. 1750年，欧拉在给哥德巴赫的一封信中列举了多面体的一些性质，其中一条是：如果用 V 、 E 和 F 表示闭的凸多面体的顶点数、棱数和面数，则有如下关系： $V - E + F = 2$ 。已知正十二面体有20个顶点，则正十二面体有多少条棱
A. 26
B. 30
C. 14
D. 20

理科数学·第1页（共4页）



6. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$, 其中 $a = \sqrt{2}b$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $\sqrt{2}$

7. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3 \geq 0, \\ x-y+2 < 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{1}{2}x+y$

- A. 既有最大值又有最小值
- B. 既无最大值又无最小值
- C. 有最大值无最小值
- D. 有最小值无最大值

8. 正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_n^2 = 2S_n - n$, 则 $a_5 =$

- A. 7
- B. 8
- C. 5
- D. 6

9. 图 1 为某几何体的三视图, 则该几何体的表面积为

- A. 14π
- B. $(3\sqrt{10}+5)\pi$
- C. 9π
- D. $3\sqrt{10}\pi$



图 1

10. 在平面直角坐标系中, 坐标原点为 O , $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(2, 2\sqrt{2})$, 则 $\triangle ABC$ 的内切圆圆心到点 O 的距离为

- A. $\frac{2\sqrt{11}}{3}$
- B. $\frac{44}{9}$
- C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- D. $\frac{9}{2}$

11. 在圆上有 6 个不同的点, 将这 6 个点两两连接成弦, 这些弦将圆分割成的区域数最多为

- A. 31
- B. 32
- C. 15
- D. 16

12. 已知正实数 a, b, c , 则 $\frac{5a+5c}{b+3c} + \frac{11c-3b}{a+b} + \frac{4b-a}{a+2c}$ 的最小值为

- A. $\frac{15}{2}$
- B. $5\sqrt{2}$
- C. $5+\sqrt{2}$
- D. $8\sqrt{2}-6$





二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若 $x=2$ 是 $f(x)=ax^3-3x$ 的一个极值点, 则 $a=$ _____.
14. 若 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值为 _____.
15. 已知平行四边形 $ABCD$, $|AB|=3$, $|BC|=5$, 则分别以对角线 AC , BD 为直径的两个圆的面积和为 _____.
16. 一张边长为 2 的正方形纸 $ABCD$, 将点 C 折到 AB 边上, 所有折痕会在正方形上形成一个封闭的图形, 则这个图形的面积是 _____.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $4+a^2+c^2=2(ab\cos C+accos B+bccos A)$.

- (1) 求 b 的值;
- (2) 若满足 $a\cos A=b\cos B, c=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

甲、乙两队进行排球比赛, 直到某队赢 3 局为止. 假设每局比赛独立, 且每局甲胜的概率为 0.7. (每局比赛均要分出胜负)

- (1) 求比赛在第 4 局结束的概率;
- (2) 若比赛在第 4 局结束, 求甲获胜的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图 2 甲, 已知直角梯形 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB=2CD=2BC=4$, $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿

DE 折起, 使点 A 到达点 F (如图乙), 且 $\angle FEB=\frac{2\pi}{3}$.

- (1) 证明: $DE \perp$ 平面 FEB ;
- (2) 求平面 FDE 与平面 FBC 所成的锐二面角的余弦值.

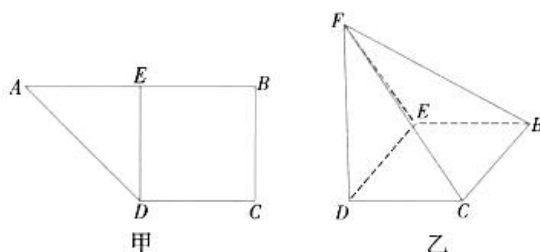


图 2



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 焦点为 F , 过 F 的所有弦中, 最短弦长为 4.

(1) 求 p 的值;

(2) 在抛物线 C 上有两点 A, B , 过 A, B 分别作 C 的切线, 两条切线交于点 Q , 连接 QF, AF, BF , 求证: $|QF|^2 = |AF| \cdot |BF|$.

21. (本小题满分 12 分)

(1) 已知函数 $f(x) = ae^x + b$, 若 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = x + 1$, 求 a, b ;

(2) 证明: 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, $\cos x + \tan x \leq e^x$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在极坐标系中, 已知点 $A\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}\right), B(1, \pi), C(1, 0)$.

(1) 求 A, B, C 三点的直角坐标;

(2) 已知 M 是 $\triangle ABC$ 外接圆上的任意一点, 求 $|MA|^2 + |MB|^2 + |MC|^2$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

(1) 已知 $y > 2$, $2x + 2y = xy + 4$, 求 x 的值;

(2) 若 $2x + 2y = xy$, 求 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1$ 的最小值.



一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	A	C	B	C	B	C	B	C	A	D

【解析】

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, 所以 $A \cap B = \{1, 2\}$, $A \cap B$ 中含有两个元素, 故选 D.
- $z = 5 + 12i$, $|z| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$, 故选 A.
- 等比数列 $\{a_n\}$, 且 $a_4 \square a_6 = a_3 \square a_5$, $\frac{a_4}{a_3} \square \frac{a_6}{a_5} = q^2 = 1$, 所以公比为 ± 1 , 故选 A.
- $f(0) + f(1) = \sin 0 + \ln 1 = 0$, 故选 C.
- 由题可知 $E = V + F - 2 = 20 + 12 - 2 = 30$, 故选 B.
- $a = \sqrt{2}b$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3b^2} = \sqrt{3}b$, $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}b}{\sqrt{2}b} = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 故选 C.
- 由于 $x - y + 2 < 0$ 取不到该直线上的点, 所以目标函数既无最大值也无最小值, 故选 B.
- 正项数列 $\{a_n\}$, $a_n^2 = 2S_n - n$, 当 $n=1$ 时, $a_1^2 = 2S_1 - 1 = 2a_1 - 1$, $a_1^2 - 2a_1 + 1 = (a_1 - 1)^2 = 0$, 所以 $a_1 = 1$. 当 $n \geq 2$ 时, $a_n^2 - a_{n-1}^2 = 2S_n - 2S_{n-1} - 1 = 2a_n - 1$, $a_{n-1}^2 = a_n^2 - 2a_n + 1 = (a_n - 1)^2$, 所以 $a_{n-1} = a_n - 1$ 或者 $a_{n-1} = 1 - a_n$. 当 $a_{n-1} = a_n - 1$ 时, $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公差为 1 的等差数列, 所以 $a_n = n$, $a_5 = 5$; 当 $a_{n-1} = 1 - a_n$ 时, $a_2 = 0$ 与 $\{a_n\}$ 是正项数列矛盾, 所以舍去, 故选 C.
- 由三视图可得, 该几何体为圆台, 可求其母线长为 $\sqrt{10}$, 上下底面半径分别为 $r=1$ 和 $R=2$, 由圆台表面积公式可得 $S = \pi(rl + Rl + r^2 + R^2) = (3\sqrt{10} + 5)\pi$, 故选 B.
- 设内切圆圆心为 O_1 , $AC = BC = 3$, $AB = 2$, 由等面积法可得内切圆半径 $r = \frac{2S_{\triangle ABC}}{|AB| + |BC| + |CA|}$
 $= \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $O_1 \left(2, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$, $OO_1 = \sqrt{4 + \frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 故选 C.
- 两个点可以连一条弦, 将圆分为两部分, 加一个点, 多两条弦, 将圆多分出来两部分, 所以每加一条弦可以按这种方式多出一个区域, 再加一个点, 变成了一对相交弦和四条其他的弦, 共分为 8 个区域, 所以除去前一种方式增加的区域数, 一对相交弦还会多产生一个区域, 故当点数多于 4 个时, 最多可分得总的区域数为 $1 + C_n^2 + C_n^4$, 此题 $n=6$, 所以最多可分为 31 个区域, 故选 A.

12. 令 $\begin{cases} b+3c=x, \\ a+b=y, \\ a+2c=z, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=\frac{-2x+2y+3z}{5}, \\ b=\frac{2x+3y-3z}{5}, \\ c=\frac{x-y+z}{5}, \end{cases}$ $\frac{5a+5c}{b+3c} + \frac{11c-3b}{a+b} + \frac{4b-a}{a+2c} = \frac{-x+y+4z}{x}$

$+\frac{x-4y+4z}{y} + \frac{2x+2y-3z}{z}$, $\frac{-x+y+4z}{x} + \frac{x-4y+4z}{y} + \frac{2x+2y-3z}{z} = -8 + \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + \frac{4z}{x}$

$\frac{2x}{z} + \frac{4z}{y} + \frac{2y}{z} \geq 8\sqrt{2} - 6$, 当且仅当 $x=y=\sqrt{2}z$ 时取到最小值, 故选 D.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

题号	13	14	15	16
答案	$\frac{1}{4}$	6	17π	$\frac{7}{6}$

【解析】

13. $f(x) = ax^3 - 3x$, $f'(x) = 3ax^2 - 3$, $f'(2) = 12a - 3 = 0$, 故 $a = \frac{1}{4}$, 经验证当 $a = \frac{1}{4}$ 时, $x = 2$ 是 $f(x)$ 的一个极值点.

14. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 6 \cos \theta$, 所以 $(\vec{a} \cdot \vec{b})_{\max} = 6$.

15. 两个圆的面积和 $S = \pi \left(\frac{|AC|}{2} \right)^2 + \pi \left(\frac{|BD|}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} (|AC|^2 + |BD|^2)$, 由余弦定理可得 $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB||BC|\cos B = 34 - 30\cos B$, $|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2 - 2|AB||AD|\cos A = 34 - 30\cos A = 34 + 30\cos B$, 故 $S = 17\pi$.

16. 设 $A(2, -1)$, $B(0, -1)$, $C(0, 1)$, $D(2, 1)$, 折到的点为 E , 折痕与 y 轴的交点为 F , F 关于直线 CE 对称的点为 G , G 在抛物线 $x^2 = 4y$ 上, 又在折痕上, 可证折痕为该抛物线的切线, 故折痕围成的区域一块为等腰直角三角形, 一块为抛物线, 正方形和 x 轴围成的曲边图形, 故总面积 $= \frac{1}{2} + \int_0^2 \frac{x^2}{4} dx = \frac{7}{6}$.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由余弦定理可得 $2ab \cos C + 2ac \cos B + 2bc \cos A$
 $= a^2 + b^2 - c^2 + a^2 + c^2 - b^2 + b^2 + c^2 - a^2 = a^2 + b^2 + c^2$,
 所以可得 $b^2 = 4$.

由于 $b > 0$, 所以 $b = 2$ (6 分)

(2) 已知 $a \cos A = b \cos B$, 由正弦定理可得 $\sin A \cos A = \sin B \cos B$,
 由正弦二倍角公式可得 $\sin 2A = \sin 2B$,

$\because 2A \in (0, 2\pi), 2B \in (0, 2\pi), A+B \in (0, \pi), 2A+2B \in (0, 2\pi),$

所以 $2A=2B$ 或者 $2A+2B=\pi,$

当 $2A=2B$ 时, $A=B, a=b=2, \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = -\frac{1}{8},$

$\sin C = \frac{3\sqrt{7}}{8}, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{3\sqrt{7}}{4};$

当 $2A+2B=\pi$ 时, $A+B=\frac{\pi}{2}, C=\frac{\pi}{2}, a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{5},$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab = \sqrt{5}.$ (12分)

18. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设比赛在第 4 局结束的概率为 $P,$

$$P = C_3^2(0.7)^2 \times 0.3 \times 0.7 + C_3^1(0.3)^2 \times 0.7 \times 0.3 = 0.3654.$$

..... (6分)

(2) 设比赛在第 4 局结束为事件 $A,$ 甲获胜为事件 $B,$

$$\text{则 } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{C_3^2(0.7)^2 \times 0.3 \times 0.7}{0.3654} = \frac{49}{58}.$$
 (12分)

19. (本小题满分 12 分)

(1) 证明: 由于 $BE=CD, AB \parallel CD, \angle ABC = \frac{\pi}{2},$ 所以 $DE \perp AB,$

所以 $DE \perp EB, DE \perp EF, EB \cap EF = E,$

所以 $DE \perp$ 平面 $FEB.$ (6分)

(2) 解: 如图, 过点 E 作 $EG \perp BE$ 交 BF 于点 $G,$

$EG \perp EB, EG \perp DE, EB \cap DE = E,$

所以 $EG \perp$ 平面 $BCDE.$

分别以 ED, EB, EG 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系,

$E(0, 0, 0), B(0, 2, 0), C(2, 2, 0), D(2, 0, 0),$

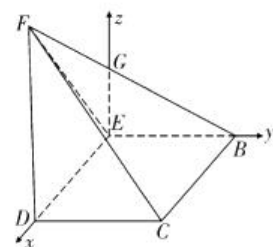
$F(0, -1, \sqrt{3}), \overline{FE} = (0, 1, -\sqrt{3}), \overline{FD} = (2, 1, -\sqrt{3}),$

$\overline{FB} = (0, 3, -\sqrt{3}), \overline{FC} = (2, 3, -\sqrt{3}).$

设平面 FED 的法向量为 $\vec{m} = (a, b, c),$

$$\begin{cases} \overline{FE} \cdot \vec{m} = 0, \\ \overline{FD} \cdot \vec{m} = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \vec{m} = (0, \sqrt{3}, 1).$$

设平面 FBC 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z),$





$$\begin{cases} \overrightarrow{FB} \cdot \vec{n} = 0, \\ \overrightarrow{FC} \cdot \vec{n} = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \vec{n} = (0, 1, \sqrt{3}),$$

平面 FDE 与平面 FBC 所成的锐二面角为 θ ,

$$\text{则 } \cos \theta = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

..... (12分)

20. (本小题满分12分)

(1) 解: 当过 F 的直线斜率不存在时, 此时弦长为 $2p$;

当过 F 的直线斜率存在时, 设直线方程为 $y = k\left(x - \frac{p}{2}\right)$,

$$\text{联立 } \begin{cases} y^2 = 2px, \\ y = k\left(x - \frac{p}{2}\right), \end{cases} \text{ 可得 } k^2x^2 - p(k^2 + 2)x + \frac{p^2k^2}{4} = 0,$$

$$\text{弦长} = x_1 + x_2 + p = \frac{p(k^2 + 2)}{k^2} + p = 2p + \frac{2p}{k^2} > 2p,$$

所以弦长最短 $= 2p = 4$, 所以 $p = 2$.

..... (5分)

(2) 证明: 设 $A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right)$, $B\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$,

设过 A 点且与抛物线相切的直线 l_{AQ} : $y = k'\left(x - \frac{y_1^2}{4}\right) + y_1$,

$$\text{联立 } \begin{cases} y^2 = 4x, \\ y = k'\left(x - \frac{y_1^2}{4}\right) + y_1, \end{cases} \text{ 可得 } \frac{k'}{4}y^2 - y - \frac{k'y_1^2}{4} + y_1 = 0,$$

$$\Delta = 1 - k'\left(y_1 - \frac{k'y_1^2}{4}\right) = 0, \text{ 解得 } k'y_1 = 2,$$

可得 l_{AQ} : $y_1y = 2x + \frac{y_1^2}{2}$, 同理可得 l_{BQ} : $y_2y = 2x + \frac{y_2^2}{2}$,

联立得 $Q\left(\frac{y_1y_2}{4}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$,

$$|AF| \cdot |BF| = \left(\frac{y_1^2}{4} + 1\right) \left(\frac{y_2^2}{4} + 1\right),$$

$$|QF|^2 = \left(\frac{y_1y_2}{4} - 1\right)^2 + \frac{(y_1 + y_2)^2}{4} = \frac{y_1^2y_2^2}{16} + \frac{y_1^2}{4} + \frac{y_2^2}{4} + 1 = \left(\frac{y_1^2}{4} + 1\right) \left(\frac{y_2^2}{4} + 1\right),$$

所以 $|QF|^2 = |AF| \cdot |BF|$.



..... (12分)

21. (本小题满分12分)

(1) 解: $f'(x) = ae^x$, $f'(0) = a = 1$, $f(0) = a + b = 1$,

解得 $a = 1$, $b = 0$.

..... (4分)

(2) 证明: 令 $g(x) = e^x - x - 1$,

当 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $g'(x) = e^x - 1 \geq 0$, $g(x)$ 单调递增, $g(x)_{\min} = g(0) = 0$, 得 $e^x \geq x + 1$,

故只需证 $\cos x + \tan x \leq x + 1$,

令 $h(x) = \cos x + \tan x - x - 1$,

$$h'(x) = -\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{\sin x(\sin x - \cos^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{\sin x(\sin x + \sin^2 x - 1)}{\cos^2 x}.$$

由于 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, 令 $F(x) = \sin x + \sin^2 x - 1$, 单调递增, $F(0) < 0$, $F(\frac{\pi}{4}) > 0$,

故存在 $x_0 \in (0, \frac{\pi}{4})$, 使得 $F(x_0) = 0$.

当 $x \in [0, x_0)$ 时, $F(x) < 0$, $h'(x) \leq 0$, $h(x)$ 单调递减;

当 $x \in (x_0, \frac{\pi}{4}]$ 时, $F(x) > 0$, $h'(x) > 0$, $h(x)$ 单调递增,

$$h(0) = 0, h(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4} < 0, h(x)_{\max} = h(0) = 0,$$

故 $\cos x + \tan x \leq x + 1 \leq e^x$.

..... (12分)

22. (本小题满分10分) 【选修4-4: 坐标系与参数方程】

解: (1) 由 $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$,

$$A(\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}), x_A = \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{2} = 0, y_A = \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{2} = \sqrt{3}, A(0, \sqrt{3}),$$

$$B(1, \pi), x_B = 1 \cos \pi = -1, y_B = 1 \sin \pi = 0, B(-1, 0),$$

$$C(1, 0), x_C = 1 \cos 0 = 1, y_C = 1 \sin 0 = 0, C(1, 0).$$

..... (5分)

(2) $\triangle ABC$ 是边长为2的等边三角形, 故外接圆圆心坐标为 $O_1(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$,

$$\text{外接圆半径为 } r = \frac{2}{2 \sin \frac{\pi}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



所以外接圆的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cos \alpha, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin \alpha, \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}),$$

所以 $|MA|^2 = \frac{4\cos^2 \alpha}{3} + \frac{4\sin^2 \alpha}{3} - \frac{8\sin \alpha}{3} + \frac{4}{3},$

$|MB|^2 = \frac{4\cos^2 \alpha}{3} + \frac{4\sqrt{3}\cos \alpha}{3} + 1 + \frac{4\sin^2 \alpha}{3} + \frac{4\sin \alpha}{3} + \frac{1}{3},$

$|MC|^2 = \frac{4\cos^2 \alpha}{3} - \frac{4\sqrt{3}\cos \alpha}{3} + 1 + \frac{4\sin^2 \alpha}{3} + \frac{4\sin \alpha}{3} + \frac{1}{3},$

所以 $|MA|^2 + |MB|^2 + |MC|^2 = 8.$

..... (10分)

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

解: (1) 已知 $2x + 2y = xy + 4$, 可得 $(x-2)(y-2) = 0.$

由于 $y > 2$, 所以可得 $x = 2.$

..... (5分)

(2) 由题可得 $(x-2)(y-2) = 4,$

$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1 = (x-2)^2 + (y-2)^2 - 7 \geq 2(x-2)(y-2) - 7 = 1,$

当且仅当 $x-2 = y-2 = \pm 2$ 时取等号,

故 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1$ 的最小值为 1.

..... (10分)



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》