

秘密 ★ 启用前 【考试时间：2022年11月1日15:00—17:00】

## 绵阳市高中 2020 级第一次诊断性考试

# 文科数学

注意事项：

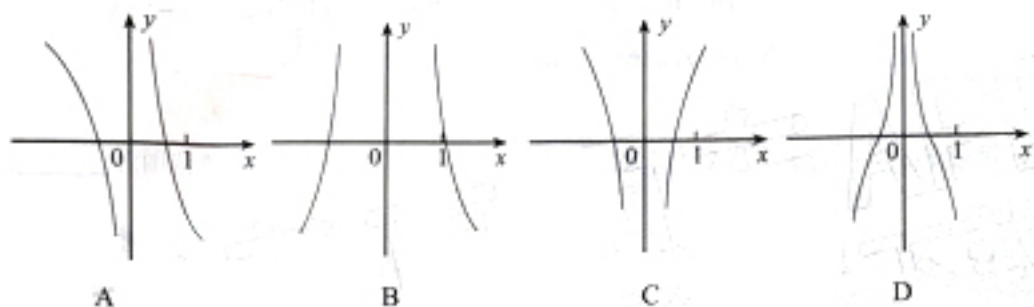
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 \leq 2\}$ , 则  $A \cap B =$ 
  - A.  $[-1, \sqrt{2}]$
  - B.  $\{-1, 0, 1\}$
  - C.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
  - D.  $[-\sqrt{2}, 3]$
2. 若命题：“ $\forall x \in \mathbf{R}, m \leq \sin x$ .”是真命题，则实数  $m$  的取值范围是
  - A.  $m \leq -1$
  - B.  $m < -1$
  - C.  $m \geq 1$
  - D.  $m > 1$
3. 若  $a > b > 0$ , 则一定有
  - A.  $\cos a < \cos b$
  - B.  $2^a - 2^b < 0$
  - C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
  - D.  $a^3 > b^3$
4. 设  $a = \log_3 4$ , 则  $3^a$  的值是
  - A. 2
  - B. 3
  - C.  $\frac{9}{2}$
  - D. 6
5. 已知  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $S_9 = 36$ , 则  $a_5 =$ 
  - A. 3
  - B. 4
  - C. 6
  - D. 8
6. 在  $\triangle ABC$  中，点  $M$  为边  $AB$  上一点， $2\overline{AM} = \overline{MB}$ , 若  $3\overline{CM} = \lambda\overline{CA} + \mu\overline{CB}$ , 则  $\mu =$ 
  - A. 3
  - B. 2
  - C. 1
  - D. -1

文科数学试题 第1页 (共4页)

7. 函数  $f(x) = \frac{1}{|x|} - e^x$  的图象大致为



8. 已知曲线  $y = \frac{2x+a}{e^x}$  在点  $(0, a)$  处的切线方程为  $y = x + b$ , 则  $a+b =$

- A. 2                      B. e                      C. 3                      D. 2e

9. 若存在实数  $\varphi \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ , 使得函数  $y = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 的图象的一个对称中心为  $(\varphi, 0)$ , 则  $\omega$  的取值范围为

- A.  $[\frac{1}{3}, +\infty)$                       B.  $(\frac{1}{3}, 1]$   
C.  $(\frac{1}{3}, +\infty)$                       D.  $[1, \frac{4}{3})$

10. 某地锰矿石原有储量为  $a$  万吨, 计划每年的开采量为本年年初储量的  $m$  ( $0 < m < 1$ , 且  $m$  为常数) 倍, 那么第  $n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 年在开采完成后剩余储量为  $a(1-m)^n$ , 并按该计划方案使用 10 年时间开采到原有储量的一半. 若开采到剩余储量为原有储量的 70% 时, 则需开采约( )年. (参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.4$ )

- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 8

11. 已知  $\alpha = 50^\circ$ ,  $0^\circ < \beta < 90^\circ$ ,  $(1 - \sin \alpha) \tan \beta = \cos \alpha$ , 则  $\beta =$

- A.  $10^\circ$                       B.  $20^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $70^\circ$

12. 若函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x+1)$  为偶函数,  $f(x-1)$  关于点  $(3, 3)$  成中心对称, 则下列说法正确的是

- A.  $f(x)$  的一个周期为 2                      B.  $\sum_{i=1}^{22} f(i) = 54$   
C.  $f(x)$  的一条对称轴为  $x=4$                       D.  $f(22)=3$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在正方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 25$ ，则正方形  $ABCD$  的边长为\_\_\_\_\_。

14. 若等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数，且  $a_2 = 2$ ， $a_4 = 8$ ，则  $S_5 =$ \_\_\_\_\_。

15. 函数  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{3}{2}, & x < 2, \\ \ln x, & x \geq 2, \end{cases}$  则满足不等式  $f(x^2) > f(2-x)$  的  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_。

16. 某游乐场中的摩天轮作匀速圆周运动，其中心距地面 20.5 米，半径为 20 米。假设从小军在最低点处登上摩天轮开始计时，第 6 分钟第一次到达最高点。则第 10 分钟小军离地面的高度为\_\_\_\_\_米。



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \cos^2 x$ 。

(1) 求函数  $f(x)$  的单调递减区间；

(2) 求  $f(x) = -1$  在  $[0, \pi]$  上的解。

18. (12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足： $a_1 + a_2 + a_3 = 15$ ， $a_6 + a_9 = 4a_4$ 。

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 记  $c_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ 。

19. (12 分)

在锐角  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边为  $a, b, c$ ，且  $a \cdot \cos B = b(1 + \cos A)$ 。

(1) 证明： $A = 2B$ ；

(2) 若  $b = 2$ ，求  $a$  的取值范围。

20. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (\frac{k}{2} + 2)x^2 + 4kx - \frac{11}{6}$ .

- (1) 当  $k = 1$  时, 求函数  $f(x)$  的极值;
- (2) 若函数  $f(x)$  在  $(0, 3)$  上恰有两个零点, 求实数  $k$  的取值范围.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}\ln x - mx + m - 1 (m \in \mathbf{R})$ .

- (1) 讨论函数  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上的单调性;
- (2) 当  $x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$  时,  $f(x) \geq 0$ , 求  $m$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + 3\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参数方

程为  $\begin{cases} x = t\cos\frac{\pi}{3}, \\ y = 6 + t\sin\frac{\pi}{3} \end{cases}$  ( $t$  为参数).

- (1) 判断直线  $l$  和圆  $C$  的位置关系, 并说明理由;
- (2) 设  $P$  是圆  $C$  上一动点,  $A(4, 0)$ , 若点  $P$  到直线  $l$  的距离为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP}$  的值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |x + 2| + |2x + 1|$ .

- (1) 求  $f(x)$  的最小值;
- (2) 若  $a, b, c$  均为正数, 且  $f(a) + f(b) + f(c) = 18$ , 证明:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}$ .


文科数学试题 第4页 (共4页)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线