

衢州市 2023 年 6 月高二年级教学质量检测试卷

数 学

命题: 陈旭、林美琳、陈君 审题: 江浩丰

考生须知:

1. 全卷分试卷和答题卷, 考试结束后, 将答题卷上交。
2. 试卷共 4 页, 有 4 大题, 22 小题。满分 150 分, 考试时间 120 分钟。
3. 请将答案做在答题卷的相应位置上, 写在试卷上无效。

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | 2^{2x-3} > 4\}$, $B = \{x | x \leq 5\}$, 则 $A \cap B =$ (▲)

- A. $\left\{x \mid x \leq \frac{5}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid \frac{5}{2} < x \leq 5\right\}$ C. $\left\{x \mid x < \frac{5}{2}\right\}$ D. $\{x | x \leq 5\}$

2. 设 $z = \frac{1+3i}{1+i}$ (其中 i 为虚数单位), 则在复平面内 z 对应的点位于 (▲)

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知直线 m, n 和平面 α, β , 则使平面 $\alpha \perp$ 平面 β 成立的充分条件是 (▲)

- A. $m \perp \beta, m // \alpha$ B. $m // \beta, n // \alpha$
C. $\alpha \cap \beta = m, m \perp n, n \subset \beta$ D. $m \perp \beta, m \perp \alpha$

4. 已知 $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $\sin \alpha =$ (▲)

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

5. 函数 $y = \log_{0.5}|x^2 - x - 2|$ 的单调递增区间为 (▲)

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ 和 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ D. $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ 和 $(2, +\infty)$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n , 且 $S_{11} > S_{10} > S_{12}$, 若 $b_n = 2023^n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项积为 T_n , 则使 $T_n > 1$ 的最大整数 n 为 (▲)

- A. 20 B. 21 C. 22 D. 23

7. 已知函数 $f(x)$ 定义域为 \mathbf{R} , 对 $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$, 则下列说法错误的有 (▲)

- A. $f(0) = 1$ B. $f(2x+1) = f(-2x-1)$
C. $f(x) + f(0) \geq 0$ D. 若 $f(1) = \frac{1}{2}$, 则 $f(x)$ 周期为 6

8. 衣柜里有 5 副不同颜色的手套, 从中随机选 4 只, 在取出两只是同一副的条件下, 取出另外两只不是同一副的概率为 (▲)

- A. $\frac{6}{7}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{13}{21}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

高二数学试卷 第 1 页 共 4 页

9. 给出下列命题, 其中正确的命题为 (▲)

- A. 若样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的期望为 3、方差为 6, 则数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的期望为 5、方差为 11
- B. 假设经验回归方程为 $\hat{y} = 0.6 - 0.25x$, 则当 $x = 4$ 时, y 的预测值为 -0.4
- C. 随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$, 若 $P(X > 4) = a$, 则 $P(X < 0) = a$
- D. 甲同学所在的某校高三共有 5000 人, 按简单随机抽样的方法抽取容量为 200 的一个样本. 则甲被抽到的概率为 $\frac{1}{25}$

10. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 长轴长为 4, 点 $P(\sqrt{2}, 1)$ 在椭圆 Γ 外, 点 Q 在椭圆 Γ 上, 则 (▲)

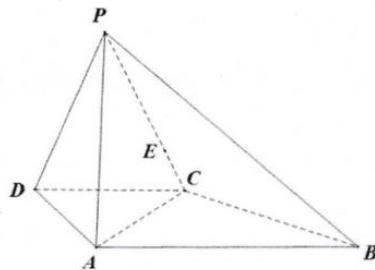
- A. 椭圆 Γ 的离心率的取值范围是 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$
- B. 当椭圆 Γ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时, $|QF_1|$ 的取值范围是 $[2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$
- C. 对任意点 Q 都有 $\overline{QF_1} \cdot \overline{QF_2} > 0$
- D. $\frac{1}{|QF_1|} + \frac{1}{|QF_2|}$ 的最小值为 2

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4 - |4x - 8|, & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{2}f(\frac{x}{3}), & x > 3 \end{cases}$, 则下列说法正确的是 (▲)

- A. 若函数 $y = f(x) - kx + k$ 有四个零点, 则实数 k 的取值范围是 $(\frac{1}{17}, \frac{2}{5})$
- B. 关于 x 的方程 $f(x) - \frac{1}{4} = 0$ 有 8 个不同的解
- C. 对于实数 $x \in [2, +\infty)$, 不等式 $xf(x) - 10 \leq 0$ 恒成立
- D. 当 $x \in [3, 9]$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴围成图形的面积为 6

12. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AD = CD = 1, \angle BAD = 120^\circ, \angle ACB = 90^\circ, PA \perp AC$, 平面 $PAC \perp$ 平面 PBC , 点 E 在棱 PC 上且 $PE = 3EC$, 点 F 是 $\triangle PAD$ 所在平面内的动点, 点 G 是 $\triangle PBC$ 所在平面内的动点, 且点 G 到直线 BC 的距离与到点 E 的距离相等, 则 (▲)

- A. $PA \perp$ 平面 $ABCD$
- B. 若二面角 $D-PC-A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 则点 A 到平面 PBC 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C. 若 $EF = \frac{\sqrt{10}}{4}$, 则动点 F 的轨迹长度为 $\frac{\sqrt{13}}{4}\pi$
- D. 若 $PA = 1$, 则 AG 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$



第 12 题

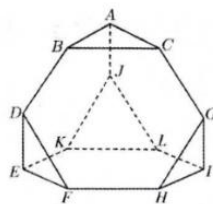
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $(2x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中, 各项系数的和是 **▲**.

14. 88 键钢琴从左到右各键音的频率组成一个递增的等比数列. 若中音 A (左起第 49 个键) 的频率为 440Hz, 钢琴上最低音的频率为 27.5Hz, 则左起第 61 个键的音的频率为 **▲** Hz.

15. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过抛物线上一点 P 作 l 的垂线, 垂足为 Q . 若 $M(3,0)$, $N(-1,0)$, PF 与 MQ 相交于点 T , 且 $\overline{TN} + \overline{TP} = \overline{MT}$, 则 $\triangle PTN$ 的面积为 **▲**.

16. 原有一块棱长为 $3a$ 的正四面体石材, 在搬运的过程有所损伤, 剩下了一块所有棱长均为 a 的八面体石材 (如图), 现将此八面体石材切削、打磨、加工成球, 则加工后球的最大表面积与该八面体石材外接球的表面积之比为 **▲**.



第 16 题

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题 10 分) 近期衢州市文化艺术中心进行了多次文艺演出, 为了解观众对演出的喜爱程度, 现随机调查了 A、B 两地区的 200 名观众, 得到如下所示的 2×2 列联表.

	非常喜欢	喜欢	合计
A	60	30	
B	x	y	
合计			

若用分层抽样的方法在被调查的 200 名观众中随机抽取 20 名, 则应从 B 区且喜爱程度为“非常喜欢”的观众中抽取 8 名.

(1) 完成上述表格, 并根据表格判断是否有 95% 的把握认为观众的喜爱程度与所在地区有关系.

(2) 若以抽样调查的频率为概率, 从 A 地区随机抽取 3 人, 设抽到喜爱程度为“非常喜欢”的观众的人数为 X , 求 X 的数学期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

18. (本题 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = a_2 = 1$, 对任意 $n \geq 3$ 且 $n \in N^*$ 时,

$$a_n = \begin{cases} a_{n-2} + n & n \text{ 是偶数,} \\ 2a_{\lfloor \frac{n}{3} \rfloor} & n \text{ 是奇数.} \end{cases} \quad \text{其中 } [x] \text{ 表示不超过 } x \text{ 的最大整数}$$

(1) 求 a_{2n} ; (2) 设 $b_n = \frac{1}{a_{2n} + 1} + a_{3^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项 S_n .

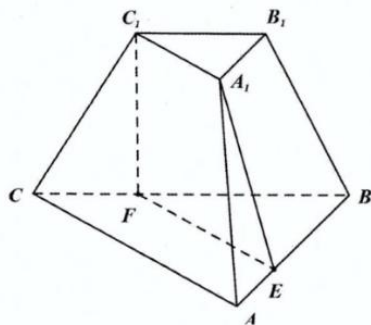
19. (本题 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 已知 $\tan A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$.

(1) 求 A ; (2) 若 $c = 2$, $b - \frac{1}{2}c = \sqrt{6}\cos C$, 求 $\sin C$.

20. (本题 12 分) 如图, 在正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1B_1 = 1, AB = 3$, 过棱 A_1C_1 的截面 α 与棱 AB, BC 分别交于 E, F .

(1) 记几何体 $EBF - A_1B_1C_1$ 和正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积分别为 V_1, V_2 , 若 $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{13}$, 求 EF 的长度;

(2) 若 $BB_1 = 2\sqrt{3}$, 求直线 BB_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的正弦值.



第 20 题

21. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x}$

(1) 若过点 $(0, m)$ 作函数 $f(x)$ 的切线有且仅有两条, 求 m 的值;

(2) 若对于任意 $k \in (-\infty, 0)$, 直线 $y = kx + b$ 与曲线 $y = f(x) (x \in (0, +\infty))$ 都有唯一交点, 求实数 b 的取值范围.

22. (本题 12 分) 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$, 过点 $P(2, \frac{9}{2})$ 作直线 l 交双曲线 C 的两支分别于 A, B 两点,

(1) 若点 P 恰为 AB 的中点, 求直线 l 的斜率;

(2) 记双曲线 C 的右焦点为 F , 直线 FA, FB 分别交双曲线 C 于 D, E 两点, 求 $\frac{S_{\triangle FAB}}{S_{\triangle FDE}}$ 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号：**zjgkjzb**。



微信搜一搜

浙考家长帮

