

西安市教育学会教研信息专业委员会 2021 届高三卷★启用前机密



西安地区 陕师大附中 西安高级中学 西安高新一中 西安交大附中 西安市 83 中 八校联考
西安市 85 中 西安市一中 西安铁一中 西安中学 西工大附中
(八校顺序以校名全称按汉语拼音方案字母表顺序排列;再行增减校名时“八校联考”名称不变)

2021 届高三年级数学(理科)试题

命题: 特聘教研员 文德靖

审定: 西铁一中 广 隶

审校: 朱景峰

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分. 考试时间 120 分钟.

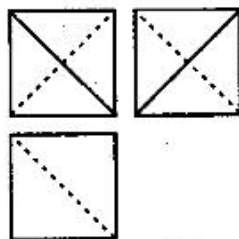
注意事项:

1. 答题前,考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题纸上,认真核对条形码上的姓名、准考证号,并将条形码粘贴在答题纸上的指定位置上.
2. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号;非选择题答案用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写,字体工整,笔迹清楚.
3. 请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答,超出答题区域书写的答案无效.
4. 保持纸面清洁,不折叠,不破损.
5. 若做选考题时,考生应按照题目要求作答,并在答题纸上对应的题号后填写.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 A 、集合 $B = \{2, 3, a, b\}$, 且 $A \cap B = \{3, 4\}$, 则下列结论正确的是().
A. 有可能 $a + b = 8$ B. $a + b \neq 8$ C. $a + b < 8$ D. $a + b > 8$
2. 在复平面上,若点 Z_1, Z_2 对应的复数分别为 $z_1 = 1 - i, z_2 = \frac{2 + 4i}{1 + i}$, 则 $|Z_1 Z_2| = ()$
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
3. 不透明袋子里有大小完全相同的 10 只小球,其中 4 只蓝色 6 只红色,小朋友花花想从袋子里取到一只红色小球. 第一次从袋子里随机取出一只小球,却是蓝色,不放回,再取第二次. 则小朋友花花第二次取到红色小球的概率是().
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
4. 一个空间几何体的三视图外轮廓均为边长是 3 的正方形,如图所示,则其表面积为().
A. $27 + 9\sqrt{3}$ B. $9 + 27\sqrt{3}$
C. $27 + 3\sqrt{6}$ D. $3 + 9\sqrt{6}$



(第 4 题图)

理科数学 第1页(共4页)

5. 已知 $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n (n \in \mathbb{N}^*)$. 则下面算法框图输出的结果是().

- A. 47 B. 48 C. 49 D. 50

6. 已知 $3^{a-1} + 3^{a-2} + 3^{a-3} = 117$, 则 $(a+1)(a+2)(a+3) = ($).

- A. 120 B. 210 C. 336 D. 504

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, 若 $\overrightarrow{MD} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$

($\lambda, \mu \in \mathbb{R}$), 则 $\lambda - \mu = ($).

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

8. 已知椭圆: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b} = 1 (9 < b \leq 18)$. 则椭圆的离心率的取值范围

为().

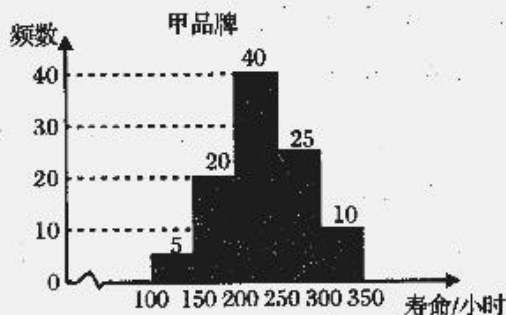
- A. $(-\infty, \frac{\sqrt{2}}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ D. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

9. 有下列命题: p_1 : 幂函数 $g(x) = x^\alpha (\alpha \in \mathbb{R})$ 的定义域为实数集 \mathbb{R} ; p_2 : 已知数据 x_1, x_2, \dots, x_{20} 的平均数为 \bar{x} , 方差 $s^2 = 0.25$, 则 $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 5$; p_3 : 若 $f(x)$ 函数的导函数为 $f'(x)$, $f'(x) = 0$ 的解为 x_i , 则 x_i 为函数 $f(x)$ 的极值点; p_4 : 变量 x_i, y_i 负相关, 相关系数为 r , 则 r 越大相关性越弱, 越小相关性越强. 则真命题为().

- A. $p_1 \wedge p_2$ B. $p_2 \wedge p_4$
C. $\neg p_2 \vee p_3$ D. $p_3 \vee \neg p_4$

10. 为了解某电子产品的使用寿命, 从中随机抽取了 100 件产品进行测试, 得到图示统计图. 依据统计图, 估计这 100 件产品使用寿命的中位数为().

- A. 218.25 B. 232.5
C. 231.25 D. 241.25

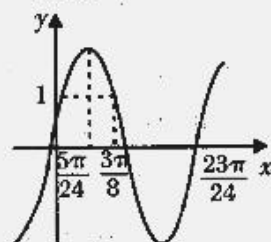


(第 10 题图)

11. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图像

如图所示, 则 $f(\frac{36x+5\pi}{24})$ 在闭区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最小值和最大值依次为().

- A. $-\sqrt{2}, 2$ B. $-2, \sqrt{2}$
C. $-\sqrt{2}, 0$ D. $0, 2$



(第 11 题图)

12. 已知 $(x + \frac{a}{x})^6$ 展开式的常数项的取值范围为 $[135, 240]$, 且 $x^2 + a \ln x \geq (a+2)x$ 恒成立.

则 a 的取值范围为().

- A. $[-4, -3] \cup [3, 4]$ B. $[-4, -1] \cup [3, 4]$
C. $[1, 4]$ D. $[-4, -3]$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卷中相应的横线上)

13. 已知随机变量 ξ 的期望为 15, 则 $E(3\xi + 5) =$ _____.
14. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = \frac{\sqrt{3}\sin A \sin B}{\cos C}$, 则 $\cos 2C =$ _____.
15. 已知直线 $x = a$ 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线围成的三角形的面积为 2, 则双曲线 C 的焦距的最小值为 _____.
16. 现在有红豆、白豆各若干粒. 甲乙两人为了计算豆子的粒数, 选用了这样的方法: 第一轮, 甲每次取 4 粒红豆, 乙每次取 2 粒白豆, 同时进行, 当红豆取完时, 白豆还剩 10 粒; 第二轮, 甲每次取 1 粒红豆, 乙每次取 2 粒白豆, 同时进行, 当白豆取完时, 红豆还剩 $n (n \in \mathbb{N}^*, 16 < n < 20)$ 粒. 则红豆和白豆共有 _____ 粒.

三、解答题(共 7 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答)

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 当 $n \geq 2$ 时 $a_n = S_n - 2^{n-1}$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = \log_2 S_n$, 设 $c_n = b_n \cdot S_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

某中学高一(1)班在接种了“新冠疫苗”之后, 举行了“疫情防控, 接种疫苗”知识竞赛. 这次竞赛前 21 名同学成绩的茎叶图如图所示, 已知前 7 名女生的平均得分为 221 分.

女生	男生
x 20	3 4 9
6 2	21 2 6 8 8
8 1	22 2 7 8 9
6 0	23 5 7 8

(I) ①求茎叶图中 x 的值;

(第 18 题图)

②如果在竞赛成绩高于 205 分且按男生和女生分层抽样抽取 6 人, 再从这 6 人中任选 3 人作为后期举行的“接种疫苗, 感恩祖国”主题班会中心发言人, 求这 3 人中有女生的概率.

(II) 如果在竞赛成绩高于 220 分的学生中任选 4 人参加学校座谈会, 用 ξ 表示 4 人中成绩超过 235 分的人数, 求 ξ 的分布列和期望.

19. (本小题满分 12 分)

已知圆 $O: x^2 + y^2 = 12$ 与抛物线 $S: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点 (A 在第一象限), $|AB| = 4\sqrt{2}$.

(I) 求抛物线 S 的方程;

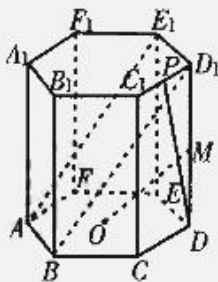
(II) 设过 A 点的两条直线 l_1 与 l_2 关于直线 $x = 2$ 对称, 直线 l_1 与 l_2 与抛物线 S 都有两个不同交点, 且另一交点分别为 M, N , 求直线 MN 的斜率.

20. (本小题满分 12 分)

在正六棱柱 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中, $AB = 2, AA_1 = 4, M$ 为侧棱 DD_1 的中点, P 为棱 C_1D_1 上一点, O 为下底面 $ABCDEF$ 的中心.

(I) 求证: $MO \parallel$ 平面 ABD_1E_1 ;

(II) 若直线 DP 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$, 求 $\tan \angle DPD_1$ 的值.



(第 20 题图)

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln 2x}{x-2} - ax^2 (a \in \mathbf{R})$.

(I) 当 $a = 0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 讨论 $f(x)$ 的零点的个数, 并确定每个零点的取值范围 (不要求范围“最小”).

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 并请考生务必将答题卡中对所选试题的题号进行涂写.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题 10 分)

以直角坐标系的原点 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系. 在极坐标系中, 曲线

$C: \rho^2 = \frac{4}{1+3\sin^2\theta}$, 点 $P(\frac{4}{\sqrt{13}}, \frac{2\pi}{3})$. 在直角坐标系中, $M(-\sqrt{3}, 0), N(\sqrt{3}, 0)$, 直线 l 的参数

$$\text{方程为} \begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(I) 将曲线 C 的极坐标方程化为直角坐标方程, 并判断 $|PM| + |PN|$ 与 4 的大小关系;

(II) 直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, Q 为曲线 C 的右顶点, 求 $\triangle ABQ$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = x|x-1| - a|x+1|$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 3x - 2$ 的解集;

(II) 当 $a = -x, x \geq 1$ 时, $f(x+1) \geq mx$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》