一、选择题

BDABC　DDBA

二、填空题

10、30　11、$\frac{4}{7}$　12、$\frac{1}{2}$　13、$\frac{4\sqrt{2}}{3}-1$　14、-1或-11　15、$-\frac{29}{36}$

三、解答题

16、(1) 因为$\cos C+\sqrt{3}\sin C=\frac{a+c}{b}$，

由正弦定理可得$\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin B\sin C=\sin A+\sin C$，

因为$A=\pi-B-C$，所以$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$，

所以$\sqrt{3}\sin B\sin C=\cos B\sin C+\sin C$，

因为$0<C<\pi$，则$\sin C>0$，所以$\sqrt{3}\sin B=\cos B+1$，即$\sqrt{3}\sin B-\cos B=1$，故$2\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)=1$，

又$0<B<\pi$，所以$B-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，故$B=\frac{\pi}{3}$.

(2) 在$\triangle ABD$中由余弦定理可得，$\cos A=\frac{AB^2+AD^2-BD^2}{2\cdot AB\cdot AD}=\frac{1}{2}$，$0<A<\pi$，$A=60^\circ$　$\triangle ABC$是等边三角形，

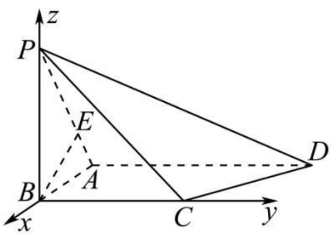
所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin B=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$，即$\triangle ABC$的面积是$9\sqrt{3}$.

17. (1). 略

(2) 解：在$\triangle PAB$中，因为$PA=2, PB=\sqrt{3}, AB=1$，

所以$PA^2=AB^2+PB^2$，所以$PB\perp AB$.

所以，建立空间直角坐标系$B-xyz$，如图所示.



所以$A(-1,0,0), B(0,0,0), C(0,2,0), D(-1,3,0), P(0,0,\sqrt{3}), \overrightarrow{CD}=(-1,1,0), \overrightarrow{PC}=(0,2,-\sqrt{3})$，

易知平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\vec{n}=(0,0,1)$.

设平面 PCD 的一个法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$,

则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0\end{cases}$ ，即 $\begin{cases}x=y\\2y=\sqrt{3}z\end{cases}$ ，令 $z=2$ ，则 $\vec{m}=(\sqrt{3},\sqrt{3},2)$.

则 $\cos\langle\vec{n},\vec{m}\rangle=\dfrac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|}=\dfrac{2}{\sqrt{3+3+4}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$,

即平面 PCD 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

（3）解：因为点 E 在棱 PA ，所以 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AP},\lambda\in[0,1]$.

因为 $\overrightarrow{AP}=(1,0,\sqrt{3})$.

所以 $\overrightarrow{AE}=(\lambda,0,\sqrt{3}\lambda),\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=(\lambda-1,0,\sqrt{3}\lambda)$.

又因为 BE // 平面 PCD ，$\vec{m}$ 为平面 PCD 的一个法向量，

所以 $\overrightarrow{BE}\cdot\vec{m}=0$ ，即 $\sqrt{3}(\lambda-1)+2\sqrt{3}\lambda=0$ ，所以 $\lambda=\dfrac{1}{3}$.

所以 $\overrightarrow{BE}=\left(-\dfrac{2}{3},0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ，所以 $BE=|\overrightarrow{BE}|=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

18.（1）椭圆方程 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$

（2）设直线 A_1B 的方程为 $x=my-4$ ，显然 $m>0$ ，联立 $\begin{cases}x=my-4\\3x^2+4y^2=48\end{cases}$? $\left(3m^2\quad 4\right)y^2=24my$ ，所以

$y_B=\dfrac{24m}{3m^2+4},x_B=\dfrac{24m^2}{3m^2+4}-4=\dfrac{12m^2-16}{3m^2+4}$ ，所以 $k_{BF}=\dfrac{\dfrac{24m}{3m^2+4}}{\dfrac{12m^2-16}{3m^2+4}-2}=\dfrac{4m}{m^2-4}$ ，设 $N(0,u)$ ，所以

$\dfrac{4-m^2}{4m}=\dfrac{u}{-2}$? $u\quad\dfrac{m^2-4}{2m}$ ，根据题意，

$S_1:S_2=3:2$ 薮 $\dfrac{4-m^2}{2m}\quad 3?\,6\quad\dfrac{24m}{3m^2+4}$ 创2 8 ? $9m^4\quad 104m^2-48=0$? $m^2\quad\dfrac{4}{9}$? $m\quad\dfrac{2}{3}$ ，所以所求直线斜率为 $\dfrac{3}{2}$

19. (1). $a_n=2n,b_n=2^n$

(2). $\because\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{2n}{2^n}=\dfrac{n}{2^{n-1}}$,

则 $T_n=1+\dfrac{2}{2}+\dfrac{3}{2^2}+\dfrac{4}{2^3}+\cdots+\dfrac{n}{2^{n-1}}$,

$\therefore\dfrac{1}{2}T_n=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\cdots+\dfrac{n-1}{2^{n-1}}+\dfrac{n}{2^n}$,

$\therefore \frac{1}{2}T_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{n}{2^n}=\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n}$,

$\therefore T_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}$,

$\lambda+\frac{n+9}{2^n}\geq 4-T_n\left(n\in N^*\right)$恒成立,

则$\lambda\geq 4-\frac{n+9}{2^n}-4+\frac{n+2}{2^{n-1}}=\frac{n-5}{2^n}$恒成立,

令$f(n)=\frac{n-5}{2^n}$，则$f(n+1)-f(n)=\frac{n-4}{2^{n+1}}-\frac{n-5}{2^n}=\frac{-n+6}{2^{n+1}}$,

$\therefore f(1)<f(2)<\cdots<f(6)=f(7)>f(8)>\cdots$,

$\therefore f(n)_{max}=f(6)=f(7)=\frac{1}{64}$,

$\therefore \lambda\geq\frac{1}{64}$,

故实数λ的取值范围是$\left[\frac{1}{64},\ +\infty\right)$

20. (1). $f'(x)=e^x-\cos x, x?\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$f''(x)=e^x+\sin x>0$，所以$f'(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\nearrow$

$f'(x)>f'(0)=0$，所以$f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$单调递增

(2). ①$f'(x)=e^x-k\cos x$，又$f'(\alpha)=0$，则$k=\frac{e^\alpha}{\cos\alpha}$且$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,

$\therefore k'=\frac{e^\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos^2\alpha}>0$，即$k$在$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$上递增，故$k>1$,

当$k>1$时，在$x\in(0,\frac{\pi}{2})$上$f''(x)=e^x+k\sin x>0$，即$f'(x)$递增，又$f'(0)=1-k<0$，$f'(\pi)=e^\pi+k>0$,

$\therefore (0,\alpha)$上$f'(x)<0$，$(\alpha,\frac{\pi}{2})$上$f'(x)>0$，则$f(x)$在$(0,\alpha)$上递减，在$(\alpha,\frac{\pi}{2})$上递增,

$\therefore f(x)$在α处取极小值，符合题设.

$\therefore k>1$.

②要证在$(0,\pi)$内存在唯一的β使$f(\beta)=1$，只需证$g(x)=e^x-k\sin x-1$在$(0,\pi)$上有唯一零点β,

$\therefore g'(x)=e^x-k\cos x$，由（1）知：$g(x)$在$(0,\alpha)$上递减，在$(\alpha,\frac{\pi}{2})$上递增,

又$x\in[\frac{\pi}{2},\pi)$时，$g'(x)=e^x-k\cos x>0$，即$g(x)$在$[\frac{\pi}{2},\pi)$上递增,

综上，$g(x)$ 在 $(0,\alpha)$ 上递减，在 (α,π) 上递增，而 $g(0)=0>g(\alpha)$，$g(\pi)=e^{\pi}-1>0$，

$\therefore g(x)$ 在 $(0,\alpha)$ 无零点，在 (α,π) 上存在一个零点，故存在唯一 $\beta\in(0,\pi)$ 使 $g(\beta)=0$.

由①知：$e^{\alpha}=k\cos\alpha>1$，

$\therefore g(2\alpha)=e^{2\alpha}-k\sin 2\alpha-1=e^{2\alpha}-2\sin\alpha e^{\alpha}-1=e^{\alpha}(e^{\alpha}-2\sin\alpha)-1$，

令 $h(x)=e^{2x}-2\sin xe^{x}-1$ 且 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$，则 $h'(x)=2e^{x}[e^{x}-(\cos x+\sin x)]$，

令 $y=e^{x}-(\cos x+\sin x)$，则显然 $y'=e^{x}+\sin x-\cos x>0$，则 y 递增，

$\therefore y>0$，即 $h'(x)>0$，故 $h(x)$ 在 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 上递增，则 $h(x)>h(0)=0$，

$\therefore$ 在 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$ 有 $g(2\alpha)>0$，

即有 $g(2\alpha)>g(\beta)=0$，又 $g(x)$ 在 (α,π) 上递增且 $\alpha<2\alpha<\pi$，

$\therefore \beta<2\alpha$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。