

衢州市 2023 年 6 月高一年级教学质量检测试卷

数 学

命题：李寿军 吕丽锋 刘志新 审题：陈婷

考生须知：

1. 全卷分试卷和答题卷。考试结束后，将答题卷上交。
2. 试卷共 4 页，有 4 大题，22 小题。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
3. 请将答案做在答题卷的相应位置上，写在试卷上无效。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中只有 1 项符合题目要求。

1. 已知集合 $A = \{1, 2\}$ ，则集合 A 的子集有 (▲)

- A. 7 个 B. 6 个 C. 4 个 D. 3 个

2. 若复数 $z = \frac{2}{1+i}$ ，则复数 z 的模为 (▲)

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. $1-i$

3. 函数 $f(x) = x + e^x$ 零点所在的区间为 (▲)

- A. $[-\frac{1}{2}, 0]$ B. $[-1, -\frac{1}{2}]$ C. $[0, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, 1]$

4. 用一个平面去截一个正方体，所得截面形状可能为：

- ①三角形 ②四边形 ③五边形 ④六边形 ⑤圆 (▲)

- A. ①②③ B. ①②④ C. ①②③④ D. ①②③④⑤

5. 已知向量 $\vec{a} = (m, 2)$, $\vec{b} = (2, -1)$ ，则“ $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ”是“ $0 < m < 1$ ”的 (▲)

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \pi]$ 上恰有两条对称轴，则 ω 的取值范围为 (▲)

- A. $[\frac{7}{4}, \frac{13}{4}]$ B. $(\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$ C. $[\frac{7}{4}, \frac{11}{4})$ D. $[\frac{5}{4}, \frac{9}{4})$

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x - 1|, & 0 < x \leq e^2 \\ \sqrt{x} - 2, & x > e^2 \end{cases}$ ，若 $0 < a < b < c$ 且 $f(a) = f(b) = f(c)$ ，

则 abc 的取值范围是 (▲)

- A. $(e, 9]$ B. $(e^2, 9e]$ C. $(e^3, e^4]$ D. $(e^4, 9e^2]$

8. 在矩形 $ABCD$ 中, $BC=4$, M 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ 沿 AM, DM 翻折, 使点 B 与点 C 重合于点 P , 若 $\angle APD=135^\circ$, 则三棱锥 $M-PAD$ 外接球的表面积为 (▲)

- A. 12π B. 36π C. $(36-16\sqrt{2})\pi$ D. $(44-16\sqrt{2})\pi$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 给出下列说法, 其中正确的是 (▲)

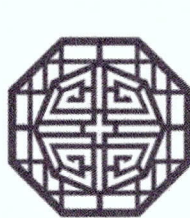
- A. 数据 0,1,2,4 的极差与中位数之积为 6
 B. 已知一组数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差是 5, 则数据 $4x_1-1, 4x_2-1, \dots, 4x_n-1$ 的方差是 20
 C. 已知一组数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差为 0, 则此组数据的众数唯一
 D. 已知一组不完全相同的数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数为 x_0 , 在这组数据中加入一个数 x_0 后得到一组新数据 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$, 其平均数为 \bar{x} , 则 $\bar{x} = x_0$

10. 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$, 如下结论正确的是 (▲)

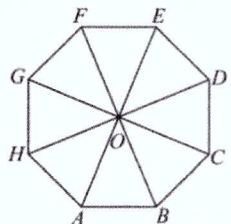
- A. $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3}+1$
 B. 对任意的 $x \in R$, 都有 $f\left(\frac{\pi}{3}+x\right) = f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$
 C. $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上是增函数
 D. 由 $y = 2 \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可以得到函数 $f(x)$ 的图象

11. 窗花是贴在窗户上的剪纸, 是中国古老的传统民间艺术之一, 图 1 是一个正八边形窗花, 图 2 是从窗花图中抽象出几何图形的示意图. 已知正八边形 $ABCDEFGH$ 的边长为 2, P 是正八边形 $ABCDEFGH$ 边上任意一点, 则下列说法正确的是 (▲)

- A. 若函数 $f(x) = \left| \overrightarrow{AD} - x \overrightarrow{AB} \right|$, 则函数 $f(x)$ 的最小值为 $2 + \sqrt{2}$
 B. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最大值为 $12 + 8\sqrt{2}$
 C. \overrightarrow{AG} 在 \overrightarrow{AB} 方向上的投影向量为 $-\frac{\overrightarrow{AB}}{2}$
 D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \sqrt{3} \overrightarrow{OB}$



第 11 题图 1



第 11 题图 2

12. 某同学在研究函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} + \sqrt{x^2 - 6x + 10}$ 的性质时, 受到两点间距离公式的

启发, 将 $f(x)$ 变形为 $f(x) = \sqrt{(x+1)^2 + (0-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (0-1)^2}$,

则下列关于函数 $f(x)$ 的描述正确的是 (▲)

- A. $f(x)$ 的图象是中心对称图形 B. $f(x)$ 的图象是轴对称图形
 C. $f(x)$ 的值域为 $[2\sqrt{5}, +\infty)$ D. 方程 $f[f(x)] = 10$ 有两个解

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在平面直角坐标系中, 角 α 的终边经过点 $P(-1, 2)$, 则 $\sin \alpha =$ ▲ .

14. 设 $x > 0$, 则函数 $y = x + \frac{2}{2x+1} - 1$ 的最小值为 ▲ .

15. 已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数, 且对任意的 $x_1, x_2 \in (0, 2)$, $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$, 试写出符合上述条件的一个函数解析式 $f(x) =$ ▲ .

16. 若点 M 为边长为 2 的正 $\triangle ABC$ 内的一个动点且 $\angle BMC = \frac{2\pi}{3}$, 则 $\frac{MA}{MC}$ 的最小值为 ▲ .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或验算步骤.

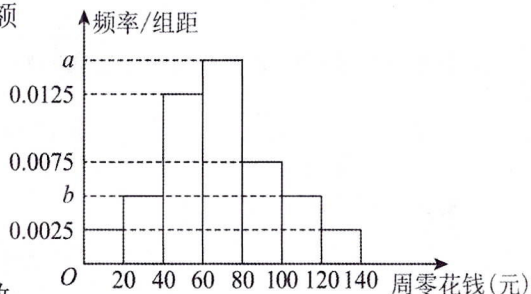
17. (本题满分 10 分) 已知函数 $f(x) = \cos 2x - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

- (1) 求 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$; (2) 求函数 $f(x)$ 的值域.

18. (本题满分 12 分) 随着现代社会物质生活水平的提高, 中学生的零花钱越来越多, 消费水平也越来越高, 因此滋生了一些不良的攀比现象. 某学校为帮助学生培养正确的消费观念, 对该校学生每周零花钱的数额进行了随机调查, 现将统计数据按

$[0, 20), [20, 40), \dots, [120, 140]$ 分组后绘成

如图所示的频率分布直方图, 已知 $a = 3b$.



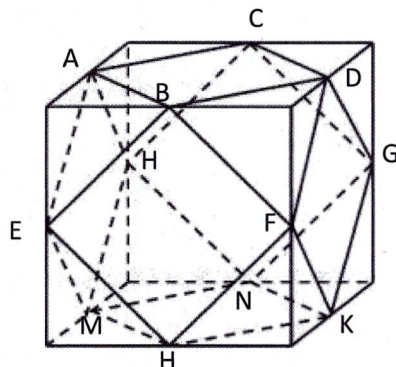
第 18 题图

- (1) 求频率分布直方图中 a, b 的值;
 (2) 估计该校学生每周零花钱的第 55 百分位数;
 (3) 若按照各组频率的比例采用分层随机抽样的方法

从每周零花钱在 $[60, 120)$ 内的人中抽取 11 人, 求 $[100, 120)$ 内抽取的人数.

19. (本题满分 12 分) 衢州市某公园供市民休息的石凳是阿基米德多面体, 它可以看做是一个正方体截去八个一样的四面体得到的二十四等边体 (各棱长都相等), 已知正方体的棱长为 30cm .

- (1) 证明: 平面 $ABE \parallel$ 平面 GNK ;
 (2) 求石凳所对应几何体的体积.



第 19 题图

20. (本题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,

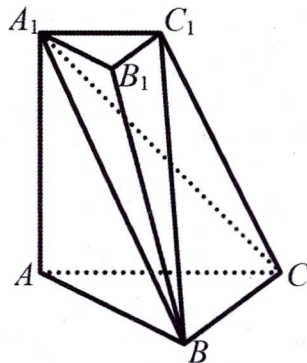
且满足 $\frac{b+c}{a} = 2\sin\left(C + \frac{\pi}{6}\right)$.

- (1) 求角 A 的大小; (2) 求 $\frac{b^2+c^2}{a^2}$ 的取值范围.

21. (本题满分 12 分) 如图在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC ,

$BC \perp AC$, $A_1C_1 = 1$, $AA_1 = AC = BC = 2$.

- (1) 求点 A 到平面 A_1BC_1 的距离;
 (2) 求二面角 $C-A_1B-C_1$ 的正弦值.



第 21 题图

22. (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = a(2x-1)|x+1| - 2x-1$,

- (1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调递减区间;
 (2) 若 $f(x)$ 有三个零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$

求证: ① $\frac{1}{a} < x_3 < \frac{1}{a} + \frac{1}{x_3}$ ② $a(x_2 - x_1) < 1$.