

南充市高 2024 届高三适应性考试（零诊） 理科答案及评分细则

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	B	C	D	C	A	A	D	B	B	D	D	B

二、填空题

13. $[-1, +\infty)$ 14. 8 15. 1 16. $\frac{17\pi}{2}$

三、解答题

(一) 必考题

17. 解: (I) $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n} = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 1 + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$
..... 3 分

由 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$ 得

$-\frac{\pi}{3} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$ 5 分

$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi\right], k \in Z$ 6 分

(II) $f(C) = 2\sin\left(2C + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 3 \Rightarrow \sin\left(2C + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$C \in (0, \pi)$, 则 $2C + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}\right)$, 所以 $2C + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \rightarrow C = \frac{\pi}{6}$ 8 分

由余弦定理有 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$, 即 $1 = (a+b)^2 - (2+\sqrt{3})ab = (a+b)^2 - 2\sqrt{3} \times (2+\sqrt{3})$

解得 $a+b = 2+\sqrt{3}$ 11 分

故 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+\sqrt{3}$ 12 分

18. 解: (I) 由已知 $K^2 = \frac{200 \times (80 \times 40 - 40 \times 40)^2}{120 \times 80 \times 80 \times 120} = \frac{50}{9} \approx 5.556 < 6.635$ 3 分

故没有 99% 的把握认为“外国运动员对唐装感兴趣与性别有关” 4 分

(II) 按分层抽样的方法抽取 6 名对唐装有兴趣的运动员, 则其中男性运动员 4,

女性运动员 2 名, 则 $X = 1, 2, 3$ 6 分

$$P(X=1) = \frac{C_3^1 C_2^2}{C_6^3} = \frac{1}{5}, \quad P(X=2) = \frac{C_4^2 C_2^1}{C_6^3} = \frac{3}{5}, \quad P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{1}{5} \quad \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

X 的分布列如下表

X	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

..... 10 分

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{5} + 2 \times \frac{3}{5} + 3 \times \frac{1}{5} = 2 \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

19. 解: (I) O 、 F 分别是 AB 、 BC 中点, 连接 OF , 则 $OF \parallel AC$
 $OF \subset$ 平面 ACE , $AC \subset$ 平面 ACE , 则 $OF \parallel$ 平面 ACE 3 分
 四边形 $AODE$ 是矩形, $OD \parallel AE$, 同理有 $OD \parallel$ 平面 ACE 4 分
 又 $OF \cap OD = O$, 故平面 $ODF \parallel$ 平面 ACE
 又 $DF \subset$ 平面 ODF , 故 $DF \parallel$ 平面 ACE 5 分

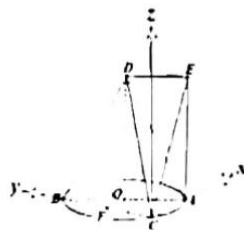
(II) 在圆锥 DO 中, $DO \perp$ 平面 ABC , 则平面 $ABDE \perp$ 平面 ABC
 平面 $ABDE \cap$ 平面 $ABC = AB$, 作 $CG \perp AB$ 于点 G , 连接 DG
 则 $CG \perp ABDE$, DG 是 CD 在平面 $ABDE$ 上的射影, $\angle CDG$ 是直线 CD 与平面 $ABDE$ 所成的角
 8 分

在直角三角形 ABC 中, $AB = 2$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, 则 $AC = 1$, $BC = \sqrt{3}$, $CG = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $DO \perp$ 平面 ABC , $AE \parallel DO$, 则 $AE \perp$ 平面 ABC , 在直角三角形 ACE 中, $AC = 1$,
 $\angle ACE = \frac{\pi}{3}$, 则 $AE = \sqrt{3}$, $DO = \sqrt{3}$, $CD = 2$ 10 分

在直角三角形 CDG 中, $\sin \angle CDG = \frac{CG}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{4}$,
 故 $\cos \angle CDG = \sqrt{1 - \sin^2 \angle CDG} = \frac{\sqrt{13}}{4}$, 即直线 CD 与平面 $ABDE$ 所成角的余弦为 $\frac{\sqrt{13}}{4}$
 12 分

另: (II) 在圆锥 DO 中, $DO \perp$ 平面 ABC , 在直角三角形 ABC 中, $AB = 2$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, 则 $AC = 1$,
 $BC = \sqrt{3}$. 在直角三角形 ACE 中, $AC = 1$, $\angle ACE = \frac{\pi}{3}$, 则 $AE = \sqrt{3}$, $DO = \sqrt{3}$, 建立如图所示
 示的空间直角坐标系,

$$\text{则 } C(0,0,0), A(1,0,0), E(0, \sqrt{3}, 0), O\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right), D\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}\right), E(1,0, \sqrt{3})$$



$$\overrightarrow{CD} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3} \right), \overrightarrow{AB} = (-1, \sqrt{3}, 0), \overrightarrow{AE} = (0, 0, \sqrt{3}) \quad \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

设 $\vec{m} = (x, y, z)$ 是平面 $ABDE$ 的法向量, 则
$$\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{AB} = -x + \sqrt{3}y = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{AE} = \sqrt{3}z = 0 \end{cases}$$

令 $x = \sqrt{3}$ 得 $\vec{m} = (\sqrt{3}, 1, 0)$ $\dots\dots\dots 9 \text{分}$

设直线 CD 与平面 $ABDE$ 所成角为 θ , 则
$$\sin \theta = \left| \cos \langle \vec{m}, \overrightarrow{CD} \rangle \right| = \frac{|\vec{m} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\vec{m}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{\sqrt{3}}{4} \quad \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\sqrt{13}}{4} \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

20. 解: (1) 因为 $\angle AOx = \theta (0 \leq \theta < 2\pi)$, 所以 $A(2\cos\theta, 2\sin\theta), B(\cos\theta, \sin\theta)$,

设 $M(x, y)$, 则
$$\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 是参数}), \text{ 消去 } \theta \text{ 得 } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

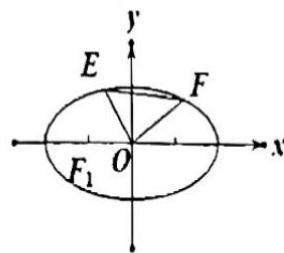
即曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

(II) 当直线 OE 或 OF 的斜率不存在时, 易得 $S_{\triangle EOF} = 1$ $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

当直线 OE 和 OF 的斜率都存在时, 设 $l_{OE}: y = kx (k \neq 0), E(x_1, y_1)$,

则 $l_{OF}: y = -\frac{x}{k}$

由
$$\begin{cases} y = kx \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} x_1^2 = \frac{4}{1+4k^2} \\ y_1^2 = \frac{4k^2}{1+4k^2} \end{cases}$$



$$|OE| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{\frac{4(1+k^2)}{4k^2+1}} \quad \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

同理可得
$$|OF| = \sqrt{\frac{4\left(1+\frac{1}{k^2}\right)}{\frac{4}{k^2}+1}} = \sqrt{\frac{4(k^2+1)}{k^2+4}} \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$S_{\triangle EOF} = \frac{1}{2}|OE| \cdot |OF| = 2\sqrt{\frac{(k^2+1)^2}{(k^2+4)(4k^2+1)}} \quad \text{令 } t = k^2+1 > 1$$

$$S_{\triangle EOF} = 2\sqrt{\frac{t^2}{4t^2+9t-9}} = 2\sqrt{\frac{1}{-\frac{9}{t^2}+\frac{9}{t}+4}} = 2\sqrt{\frac{1}{-9\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}}} \in \left[\frac{4}{5}, 1\right) \quad \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

故 $S_{\triangle EOF} \in \left[\frac{4}{5}, 1\right]$ \dots\dots\dots 12分

21. 解: (1) $f'(x) = \frac{1}{x} - a - \frac{1-a}{x^2} = -\frac{(x-1)[ax+(a-1)]}{x^2} (x > 0)$ \dots\dots\dots 1分

当 $a \geq \frac{1}{2}$ 时, $-1 < \frac{1}{a} - 1 \leq 1$, $f'(x) = -\frac{(x-1)\left[x - \left(\frac{1}{a} - 1\right)\right]}{x^2} (x > 0)$

若 $\frac{1}{a} - 1 \leq 0$ 即 $a \geq 1$, 由 $f'(x) > 0$ 得 $0 < x < 1$, 由 $f'(x) < 0$ 得 $x > 1$

若 $0 < \frac{1}{a} - 1 < 1$ 即 $\frac{1}{2} < a < 1$, 由 $f'(x) > 0$ 得 $\frac{1}{a} - 1 < x < 1$, 由 $f'(x) < 0$ 得 $0 < x < \frac{1}{a} - 1$ 或 $x > 1$

若 $\frac{1}{a} - 1 = 1$ 即 $a = \frac{1}{2}$, $f'(x) = -\frac{(x-1)^2}{2x^2} \leq 0$

故 $a \geq 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减;

$\frac{1}{2} < a < 1$ 时, $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{1}{a} - 1\right)$ 上单调递减, 在 $\left(\frac{1}{a} - 1, 1\right)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减

$a = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减 \dots\dots\dots 4分

(II) 由 (1) 知, $a = 2$ 时, $f(x) = \ln x - 2x - \frac{1}{x} - 1$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, 2)$

上单调递减, $f_{\min}(x_1) = f(1) = -4$.

故 $g(x) = x^2 - 2bx + 4 \leq -4$ 对任意 $x \in [3, 5]$ 恒成立

即 $2b \geq x + \frac{8}{x}$ 对任意 $x \in [3, 5]$ 恒成立

$y = x + \frac{8}{x}$ 在 $[3, 5]$ 上单调递增, $2b \geq 5 + \frac{8}{5} \Rightarrow b \geq \frac{33}{10}$ \dots\dots\dots 7分

(III) 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, 恒有 $f(x+1) + \frac{a-1}{x+1} + a + 1 \leq 0$ 成立

即 $\ln(x+1) - ax \leq 0$ 对任意 $x \in [0, +\infty)$ 恒成立8分

令 $h(x) = \ln(x+1) - ax, x \geq 0, h'(x) = \frac{1}{x+1} - a$

当 $a \geq 1$ 时, $x \geq 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{x+1} \leq 1, h'(x) \leq 0, h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, $h(x) \leq h(0) = 0$, 满足题意

当 $0 < a < 1$ 时, $h(x)$ 在 $[0, \frac{1}{a} - 1)$ 上单调递增, 当 $x \in [0, \frac{1}{a} - 1)$ 时, $h(x) \geq h(0) = 0$

当 $a \leq 0$ 时, $h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, $h(x) \geq h(0) = 0$

故 $a \in [1, +\infty)$ 12分

注: 若用洛必达法则做第(III)问, 扣2分

(二) 选考题

22. 解: (I) 由 $y = 4t$ 得 $t = \frac{y}{4}$, 代入 $x = 4t^2$ 有 $x = \frac{y^2}{4}$, 曲线 C_1 的普通方程为 $y^2 = 4x$ 2分

$$\text{由 } \sqrt{2}\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \text{ 得 } \sqrt{2}\rho \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\right) = -1$$

即 $\rho \sin\theta - \rho \cos\theta = -1$, 直线 l 的直角坐标方程为 $x - y - 1 = 0$ 5分

(II) 点 $P(0, -1)$ 在直线 l 上, 设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 代入 $y^2 = 4x$ 得

$$t^2 - 6\sqrt{2}t + 2 = 0 \text{7分}$$

设点 M, N 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = 6\sqrt{2}, t_1 t_2 = 2$ 8分

$$\left| \frac{1}{|PM|} - \frac{1}{|PN|} \right| = \left| \frac{1}{|t_1|} - \frac{1}{|t_2|} \right| = \frac{|t_1 - t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2}}{|t_1 t_2|} = 4 \text{10分}$$

23. 解: (I) 当 $m = -5$ 时, $f(x) \leq 8 \Leftrightarrow |x-5| + 2|x-1| \leq 8$

$$\text{即 } \begin{cases} x \leq 1 \\ 5-x+2-2x \leq 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 1 < x \leq 5 \\ 5-x+2x-2 \leq 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x > 5 \\ x-5+2x-2 \leq 8 \end{cases}$$

解得 $-\frac{1}{3} \leq x \leq 5$, 原不等式的解集为 $\left[-\frac{1}{3}, 5\right]$ 5分

(11) $f(x) < 3$ 的解集包含 $[0,1]$, 即 $\forall x \in [0,1], f(x) < 3$ 恒成立.

$$|x+m|+2-2x < 3 \Leftrightarrow -3x-1 < m < x+1$$

$$(-3x-1)_{\max} < m < (x+1)_{\min}$$

所以 $m \in (-1,1)$ 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线