

机密★启用前

华大新高考联盟 2019 届高三 1 月教学质量测评

理科数学

命题：华中师范大学考试研究院

成绩查询网址：huada.onlyets.com 微信公众号成绩查询关注：ccnu-testing

本试题卷共 4 页，23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是满足题目要求的。

1. 设 i 是虚数单位，则复数 $z = 1 + i^{2019}$ 的共轭复数对应的点在复平面内位于

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 设非空集合 M, N 满足 $M \cup N = N$ ，则

A. $\forall x \in N, \text{有 } x \in M$ B. $\forall x \notin N, \text{有 } x \in M$

C. $\exists x_0 \notin M, \text{有 } x_0 \in N$ D. $\exists x_0 \in N, \text{有 } x_0 \notin M$
3. 下列说法正确的是

A. $2^a > 2^b$ 是 $\ln a > \ln b$ 的充要条件

B. 对于非零 a, b ，若 $a \cdot b > 0$ ，则 a 与 b 的夹角为锐角

C. 不等式 $(x-2)^2(x-3) \geq 0$ 的解集为 $\{x | x \geq 3\}$

D. 相关指数 R^2 越接近 1，表示残差平方和越小
4. 黄金分割比是指将整体一分为二，较大部分与整体部分的比值等于较小部分与较大部分的比值，其比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，约为 0.618，这一数值也可表示为 $a = 2\cos 72^\circ$ ，则 $\frac{1-2\sin^2 27^\circ}{a\sqrt{4-a^2}}$

A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
5. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线所成的锐角为 60° ，则双曲线的离心率为

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. 2 C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 2 D. 以上都不对

理科数学试题 第 1 页(共 4 页)

标原点,则 $\frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$ 的最大值为_____.

15. 已知圆 $C: (x-6)^2 + y^2 = 9$, 点 M 的坐标为 $(2, 4)$. 过点 $N(4, 0)$ 作直线 l 交圆 C 于 A, B 两点, 则 $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ 的最小值为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, 且 $b^2 + c^2 - kbc \leq 0$ 恒成立, 则 k 的最小值为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12分) 设正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 首项为 1, 已知对任意的正整数 n, m , 当 $n > m$ 时, $S_n - S_m = 2^m S_{n-m}$ 恒成立.

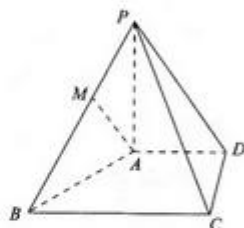
- (1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.
- (2) 设 $b_n = (2n+1)a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

18. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp AD$, 底面四边形 $ABCD$ 为直角梯形, $AD = \lambda BC, AD \parallel BC, \angle BCD = 90^\circ, M$ 为线段 PB 上一点.

(1) 若 $\lambda = \frac{1}{3}$, 则在线段 PB 上是否存在点 M , 使得 $AM \parallel$ 平面 PCD ?

若存在, 请确定 M 点的位置; 若不存在, 请说明理由.

(2) 已知 $PA = 2, AD = 1$, 若异面直线 PA 与 CD 成 90° 角, 二面角 $B-PC-D$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$, 求 CD 的长.



第 18 题图

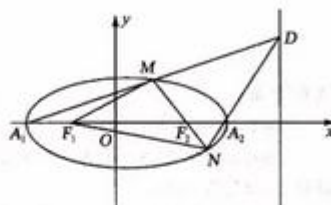
19. (12分) 第 7 届世界军人运动会将于 2019 年 10 月 18 日至 27 日在湖北武汉举行, 赛期 10 天, 共设置射击、游泳、田径、篮球等 27 个大项, 329 个小项. 届时, 将有来自 100 多个国家的近万名现役军人同台竞技. 为迎接军运会顺利召开, 武汉市很多单位和部门都开展了丰富多彩的宣传和教育活动, 努力让大家更多的了解军运会的相关知识, 并倡议大家做文明公民. 武汉市体育局为了解广大民众对军运会知识的知晓情况, 在全市开展了网上问卷调查, 民众参与度极高, 现从大批参与者中随机抽取 200 名幸运参与者, 他们得分(满分 100 分)数据, 统计结果如下:

组别	[30,40)	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)
频数	5	30	40	50	45	20	10

- (1) 若此次问卷调查得分整体服从正态分布, 用样本来估计总体, 设 μ, σ 分别为这 200 人得分的平均值和标准差(同一组数据用该区间中点值作为代表), 求 μ, σ 的值(μ, σ 的值四舍五入取整数), 并计算 $P(51 < X < 93)$.
- (2) 在(1)的条件下, 为感谢大家参与这次活动, 市体育局还对参加问卷调查的幸运市民制定如下奖励方案: 得分低于 μ 的可以获得 1 次抽奖机会, 得分不低于 μ 的可获得 2 次抽奖机会, 在一

次抽奖中,抽中价值为 15 元的纪念品 A 的概率为 $\frac{2}{3}$;抽中价值为 30 元的纪念品 B 的概率为 $\frac{1}{3}$. 现有市民张先生参加了此次问卷调查并成为幸运参与者,记 Y 为他参加活动获得纪念品的总价值,求 Y 的分布列和数学期望,并估算此次纪念品所需要的总金额.
(参考数据: $P(\mu-\delta < X \leq \mu+\delta) \approx 0.6827$; $P(\mu-2\delta < X \leq \mu+2\delta) \approx 0.9545$;
 $P(\mu-3\delta < X \leq \mu+3\delta) \approx 0.9973$.)

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 离心率为 $\frac{1}{2}$, 点 A_1, A_2 分别为椭圆 C 的左、右顶点, 点 F_1, F_2 分别为椭圆 C 的左、右焦点. 过点 F_2 任作一条不与 y 轴垂直的直线与椭圆 C 交于 M, N 两点, $\triangle MNF_1$ 的周长为 8.
- (1) 求椭圆 C 的方程.
 - (2) 若直线 A_1M, A_2N 交于点 D, 试判断点 D 是否在某条定直线 $x=t$ 上. 若是, 求出 t 的值; 若不是, 请说明理由.



第 20 题图

21. (12分) 函数 $f(x) = e^{x-1} - ax - \frac{1}{e}$ (a 为常数) 的图象与 x 轴有唯一公共点 M.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.
 - (2) 若 $a = -2$, 存在不相等的实数 x_1, x_2 , 满足 $f(x_1) = -f(x_2)$, 证明: $x_1 + x_2 < 0$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 选修 4-4: 极坐标与参数方程
已知曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x^2 = y$, 在以原点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$.
- (1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的参数方程.
 - (2) 已知射线 $l: y = kx (k > 0, x \geq 0)$ 与曲线 C_1, C_2 的交点分别为 A, B, 当 $|OA| \cdot |OB|$ 为 2 时, 求 k 的值.
23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲
已知函数 $f(x) = |x-2| + |x-a|$, $f(x) \geq 6$ 的解集为 $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 6\}$.
- (1) 求 a 的值.
 - (2) 若 $f(x)$ 的最小值为 t, 且两正数 m, n 满足 $2m+n=2t$, 求证: $\frac{1}{2m} + \frac{4}{n} \geq \frac{9}{4}$.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注