

秘密★启用前

巴蜀中学 2023 届高考适应性月考卷（五） 数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在 $\mathbf{R}$ 中， $A = \{x | x > 2\}$ ， $B = \{x | x^2 - 4x - 12 > 0\}$ ，则图 1 中阴影

部分所表示的集合为

- A. $\{x | x > 2\}$
B. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$
C. $\{x | x \leq 2\}$
D. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$

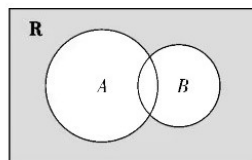


图 1

2. 已知复数 z_1, z_2 是方程 $z^2 - z + 1 = 0$ 的两个虚数根，则 z_1, z_2 在复平面内对应的点关于
- A. 原点对称 B. 直线 $y = x$ 对称 C. y 轴对称 D. x 轴对称
3. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(3) = -2$ ，且 $h(x) = -x^2 + f(3x)$ 为奇函数，则 $f(-3) =$
- A. 4 B. -2 C. 0 D. 2
4. 圆台上、下底面圆的圆周都在一个半径为 5 的球面上，其上、下底面圆的周长分别为 8π 和 10π ，则该圆台的侧面积为
- A. $8\sqrt{10}\pi$ B. $8\sqrt{11}\pi$ C. $9\sqrt{10}\pi$ D. $9\sqrt{11}\pi$
5. 已知 $\{a_n\}$ 为递增等差数列，等比数列 $\{b_n\}$ 以 a_1, a_2 为前两项且公比为 3，若 $b_5 = a_m$ ，则 $m =$
- A. 13 B. 41 C. 57 D. 86
6. 化简 $4\sin 160^\circ + \tan 20^\circ =$
- A. $\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

7. 如图 2，已知直线 $l: 2x + y + m = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 2$ 相离，点 P 在直线 l 上运动且位于第一象限，过 P 作圆 O 的两条切线，切点分别是 M, N ，直线 MN 与 x 轴、 y 轴分别交于 R, T 两点，

且 $\triangle ORT$ 面积的最小值为 $\frac{16}{25}$ ，则 m 的值为

- A. -4
B. -9
C. -6
D. -5

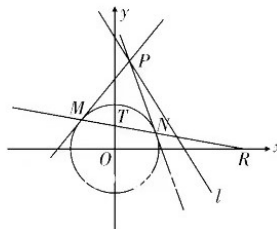


图 2

数学·第 1 页（共 4 页）



8. 已知实数 $m, n, p \in (0, 1)$, 且 $m = \ln \frac{m}{2} + 2$, $n = \ln \frac{n}{2} + 3$, $p = \ln \frac{p}{3} + 3$, 则

- A. $p < n < m$ B. $n < m < p$ C. $m < p < n$ D. $n < p < m$

二、多项选择题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每个给出的四个选项中, 有多项是满足要求的, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 若过点 $(2, 2)$ 作该双曲线的切线有且仅有一条, 则该双曲线离心率 e 可能为

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

10. 重庆的解放碑是重庆的地标性建筑, 吸引众多游客来此打卡拍照. 如图 3 所示, 现某中学数学兴趣小组对解放碑的高度进行测量, 并绘制出测量方案示意图, A 为解放碑的最顶端, B 为基座 (即 B 在 A 的正下方), 在步行街上 (与 B 在同一水平面内) 选取 C, D 两点, 测得 CD 的长为 100m. 小组成员利用测角仪已测得 $\angle ACB = \frac{\pi}{6}$, 则根据下列各组中的测量数据, 能确定计算出解放碑高度 AB 的是

- A. $\angle BCD, \angle BDC$
B. $\angle ACD, \angle ADC$
C. $\angle BCD, \angle ACD$
D. $\angle BCD, \angle ADC$

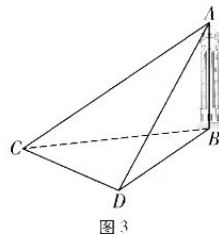


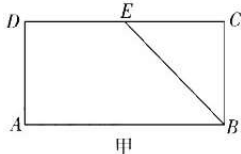
图 3

11. 在分层随机抽样中, 已知总体划分为两层, 抽取的样本量分别为 m 和 n , 第一层的样本数据为 $x_1, x_2, \dots, x_m$, 第二层的样本数据为 $y_1, y_2, \dots, y_n$, 各层的样本平均数和样本方差分别为 $\bar{x}, s_1^2; \bar{y}, s_2^2$. 记总的样本平均数为 $\bar{\omega}$, 总的样本方差为 s^2 , 则下列说法正确的是

- A. $\bar{\omega} = \frac{m}{m+n}\bar{x} + \frac{n}{m+n}\bar{y}$
B. $s^2 = \frac{1}{m+n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_m - \bar{x})^2 + (y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2]$
C. $s^2 = \frac{1}{m+n}[(x_1 - \bar{\omega})^2 + (x_2 - \bar{\omega})^2 + \dots + (x_m - \bar{\omega})^2 + (y_1 - \bar{\omega})^2 + (y_2 - \bar{\omega})^2 + \dots + (y_n - \bar{\omega})^2]$
D. $s^2 = \frac{m}{m+n}[s_1^2 + (\bar{x} - \bar{\omega})^2] + \frac{n}{m+n}[s_2^2 + (\bar{y} - \bar{\omega})^2]$

12. 如图 4 甲, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2AD = 2$, E 为 DC 的中点, 将 $\triangle CBE$ 沿直线 BE 翻折至 $\triangle C_1BE$ 的位置, F 为 AC_1 的中点, 如图乙所示, 则

- A. 翻折过程中, 四棱锥 C_1-ABED 必存在外接球, 不一定存在内切球
B. 翻折过程中, 不存在任何位置的 C_1 , 使得 $BE \perp AC_1$
C. 当二面角 C_1-BE-A 为 120° 时, 点 F



甲

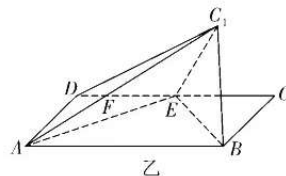


图 4

到平面 C_1BE 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

- D. 当四棱锥 C_1-ABED 的体积最大时, 以 AC_1 为直径的球面被平面 C_1BE 截得的交线长为 π

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{2}, |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____.
14. 核酸检测是防控疫情的重要一环, 3位志愿者随机选择到三个不同的核酸检测点进行服务, 每个检测点可接纳多位志愿者, 则三个核酸检测点都有志愿者到位的概率是_____. (结果用最简分数表示)
15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x-3, & x>a, \\ \log_2(x+1), & -1\leq x\leq a, \end{cases}$ 且 $a\in\mathbf{N}^*$, 记 $g(x)=f(x)+t$, 若存在实数 t 使得 $g(x)$ 有两个不同的零点, 则正整数 a 的最大值为_____.
16. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F , 该抛物线上存在两点 M, N , M 在第一象限且 $|OM|=|ON|$, 其中 O 为坐标原点. 若 $\triangle OMN$ 的重心为 F , 则直线 OM 的斜率为_____; 若 $\triangle OMN$ 的内心为 F , 则直线 MN 的方程为_____ (用 p 表示). (第一空2分, 第二空3分)

四、解答题（共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题满分10分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 若 $\triangle ABC$ 同时满足下列四个条件中的三个: ① $a=\sqrt{3}$;

② $b=2$; ③ $\frac{+\sin C}{\sin A}=\frac{a+c}{b-c}$; ④ $\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)-\sin B\sin C=\frac{1}{4}$.

(1) 满足有解三角形的序号组合有哪些?

(2) 请在(1)所有组合中任选一组, 求对应 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分12分)

随着对新能源汽车的大力推广, 其使用量逐年增加, 某市加大了对新能源汽车充电基础设施的建设, 统计该市近5年新能源汽车充电桩的数量(单位: 千个), 得到如下表格:

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代号 t	1	2	3	4	5
新能源汽车充电桩数量 y (千个)	17	19	23	26	30

(1) 若 y 与 t 成线性相关关系, 求 y 关于 t 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}t+\hat{a}$;

(2) 预测2024年该市新能源汽车充电桩的数量.

参考公式: $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^n(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^n(t_i-\bar{t})^2}, \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}.$

19. (本小题满分 12 分)

如图 5, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle BCD = 60^\circ$, $AB = 1$, $BC = 4$, $PA = \sqrt{11}$, M , N 分别为 BC , PC 的中点, $PD \perp DC$, $PM \perp MD$.

- (1) 证明: $PM \perp$ 平面 $ABCD$;
- (2) 求直线 AN 与平面 PCD 所成角的正弦值.

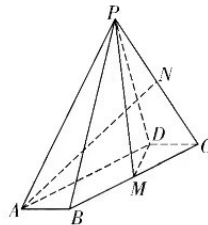


图 5

20. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+2} - n^2 + 2n + 1$.

- (1) 求证: $\left\{\frac{a_n - n^2}{2^n}\right\}$ 是等差数列;
- (2) 令 $b_n = \left\lfloor \frac{a_n}{2^n} \right\rfloor$ ($\lfloor x \rfloor$ 表示不超过 x 的最大整数. 提示: 当 $a \in \mathbf{Z}$ 时, $\lfloor a+x \rfloor = a + \lfloor x \rfloor$), 求使得 $b_1 + b_2 + \cdots + b_n \leq 100$ 成立的最大正整数 n 的值.

21. (本小题满分 12 分)

设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\sqrt{5}$, P 是双曲线 C 上的一点,

且 $F_1P \perp F_2P$, $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 4.

- (1) 求双曲线 C 的方程;
- (2) A_1, A_2 分别是双曲线 C 的左、右顶点, T 是双曲线 C 上异于 A_1, A_2 的一个动点, 直线 TA_1, TA_2 分别与直线 $x = \frac{1}{2}$ 交于 Q_1, Q_2 两点, 问以 Q_1Q_2 为直径的圆是否过定点? 若是, 求出此定点; 若不是, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

若函数 $f(x) = (1-x)\ln x - ax$, $a \in \mathbf{R}$ 有两个零点.

- (1) 求证: $a < 0$;
- (2) 设 x_0 为函数 $f(x)$ 的极大值点, x_1 为函数 $f(x)$ 的零点, 且 $x_1 < x_0$, 求证: $2x_0 + x_1 > 2\sqrt{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线