

辽宁省名校联盟 2023 年高二 9 月份联合考试

数学

命题人:辽宁名校联盟试题研发中心 审题人:辽宁名校联盟试题研发中心

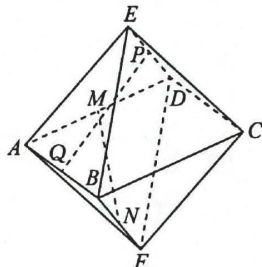
本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $a=(-3, m, 1), b=(n, -1, \frac{1}{2})$, 若 $a \parallel b$, 则 $\frac{m}{n} =$
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$
2. 已知 $z = \frac{2-2i}{(1+i)^2}$, 则 $\bar{z} =$
A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$
3. 已知点 $(m, \frac{1}{16})$ 在幂函数 $f(x) = (m-1)x^n$ 的图像上, 则
A. $f(x) = x^{-2}$ B. $f(x) = x^{-4}$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = x^4$
4. 设 α, β, γ 是互不重合的三个平面, m, n, l 是不同的三条直线, 则不能够推出 $m \parallel n$ 的是
A. $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$ B. $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = n$, 且 $\alpha \parallel \beta$
C. $m \subset \alpha, n \subset \gamma$, 且 $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma$ D. $m \parallel l$, 且 $l \perp \alpha, n \perp \alpha$
5. 在四面体 $ABCD$ 中, M, E, F 分别为 BC, BD, CD 的中点, 记 $\overrightarrow{AM} = a, \overrightarrow{AE} = b, \overrightarrow{AF} = c$, 则 $\overrightarrow{AB} =$
A. $a+b-c$ B. $a-b-c$ C. $a-b+c$ D. $-a+b+c$
6. 已知 α, β 均为锐角, α, β 的顶点都与坐标原点重合, 始边均与 x 轴的非负半轴重合, α 的终边经过点 $(a, b) (a > b > 0)$, β 的终边经过点 $(c, b) (c > 0)$, 且 $2ac = a^2 - b^2$, 则下列关系正确的是
A. $\beta = \alpha + \frac{\pi}{4}$ B. $\alpha = \beta + \frac{\pi}{4}$ C. $\alpha = 2\beta$ D. $\beta = 2\alpha$
7. 柏拉图多面体是柏拉图及其追随者对正多面体进行系统研究后而得名的几何体。下图是棱长均为 1 的柏拉图多面体 $EABCDF$, P, Q, M, N 分别为 DE, AB, AD, BF 的中点, 则 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MN} =$



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{2}$

数学 第 1 页 (共 4 页)

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{2}x, & x > 0, \\ -2x^2 - 4x + 3 - a, & x \leq 0, \end{cases}$ 甲、乙、丙、丁四名同学研究 $f(x)$ 在 $(-\infty, -a)$ 上的零

点分布情况,各得出一个结论:

甲:若 $f(x)$ 在 $(-\infty, -a)$ 上有 0 个零点,则实数 a 的取值范围为 $(5, +\infty)$;

乙:若 $f(x)$ 在 $(-\infty, -a)$ 上有 1 个零点,则实数 a 的取值范围为 $(0, 1)$;

丙:若 $f(x)$ 在 $(-\infty, -a)$ 上有 3 个零点,则实数 a 的取值范围为 $[-6, -4)$;

丁:若 $f(x)$ 在 $(-\infty, -a)$ 上有 5 个零点,则实数 a 的取值范围为 $[-10, -8)$.

则这四名同学中得出正确结论的是

- A. 甲、丙、丁 B. 甲、乙 C. 乙、丙 D. 丙、丁

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$, 则

A. $f(x)$ 的图像的两条相邻对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{6}$

B. $f(x)$ 的图像关于点 $\left(\frac{2\pi}{9}, 0\right)$ 对称

C. $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上不单调

D. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}$

10. 下列物体中,能够整体放入半径为 1 (单位:m) 的球体容器(容器壁厚度忽略不计)内的有

A. 棱长为 1 m 的正方体

B. 底面棱长为 1 m,侧棱长为 $\sqrt{3}$ m 的正六棱锥

C. 底面直径为 1.1 m,高为 $\sqrt{3}$ m 的圆柱体

D. 底面直径为 0.8 m,高为 1.8 m 的圆柱体

11. 已知函数 $y = xf(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, $f(x-1) + f(x+3) = 0$, 当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = 2^x - 2^{-x} + x$, 则

A. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称

B. 4 是 $f(x)$ 的一个周期

C. $f(x)$ 在 $(0, 2]$ 上单调递增

D. $f(2023) < f\left(\frac{1}{2}\right) < f(0.5^{0.2})$

12. 已知 AB 是圆锥 SO 的底面圆 O 的直径, D, E 分别是底面圆 O 的圆周上的点, 且 $\widehat{AD} = \widehat{DE} = \widehat{AE}$, $\angle ASE = 60^\circ$, $AE = \sqrt{3}a$, M 为 SO 的中点, 则

A. 平面 $ADM \perp$ 平面 AEM

B. 三棱锥 $A-DEM$ 的体积为 $\frac{\sqrt{6}}{8}a^3$

C. 异面直线 MD 与 SB 所成角为 45°

D. 直线 SA 与平面 DEM 所成角为 60°

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知向量 a, b 满足 $|2a-b|=2$, $\left|a+\frac{1}{2}b\right|=\sqrt{3}$, 则 $a \cdot b =$ _____.

14. 已知矩形 $ABCD$, 采用斜二测画法作出其直观图, 若其直观图的面积为 $\sqrt{2}$, 则矩形 $ABCD$ 的周长可以为 _____.

15. 已知正三棱台的侧棱长为 3, 高为 $\sqrt{6}$, 其侧面积为 $\frac{81\sqrt{3}}{4}$, 则该正三棱台的体积为 _____.

16. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $A = 120^\circ$, $2c+3b=14\sqrt{3}$, 点 D 在边 BC 上, $AD=2$, 且 $3b \cdot BD = 2c \cdot CD$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知向量 $a = (2, 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2})$, $b = (\sin \alpha, 1)$, 且 $a \perp b$.

(1) 求 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值;

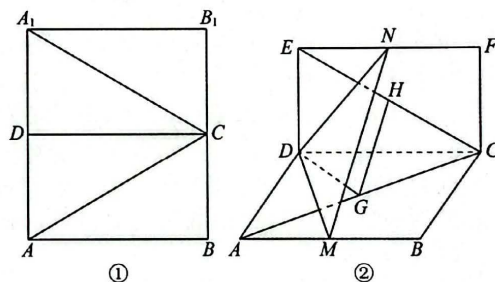
(2) 求 $\frac{2\cos^2 \alpha - \sin 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha}$ 的值.

18. (12 分)

如图①, 在矩形 ABB_1A_1 中, $AA_1 = 2$, $AB = \sqrt{3}$, C, D 分别为 BB_1, AA_1 的中点, 现将矩形 CDA_1B_1 沿 CD 折至 $CDEF$ 的位置, 使得平面 $CDEF \perp$ 平面 $ABCD$, M, N, G, H 分别为 AB, EF, AC, EC 的中点, 如图②所示.

(1) 证明: $GH \parallel$ 平面 DMN ;

(2) 在线段 EC 上是否存在点 Q , 使得 $AQ \perp DG$? 若存在, 求出 $\frac{EQ}{QC}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

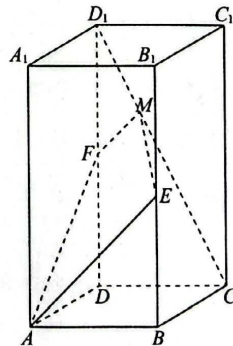


19. (12 分)

如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 2$, E, F 分别为 BB_1, DD_1 的中点, 点 M 在 CD_1 上, 且 $CM = 2MD_1$.

(1) 证明: A, E, M, F 四点共面;

(2) 求直线 CD_1 与平面 $AEMF$ 所成角的正弦值.



20. (12 分)

已知函数 $f(x) = \log_3 \frac{ax+1}{2x-1}$ 是奇函数.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 当 $x \in \left[-1, -\frac{5}{8}\right]$ 时, $f(x) - 3^{-f(x)} - m \leq 0$, 求实数 m 的取值范围.

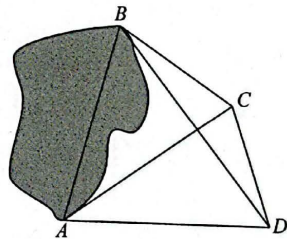
21. (12 分)

某景区为打造景区风景亮点, 欲在一不规则湖面区域(阴影部分)上 A, B 两点之间建一条观光通道, 如图所示. 在湖面所在的平面(不考虑湖面离地平面的距离, 视湖面与地平面为同一平面)内距离点 B 50 米的点 C 处建一凉亭, 距离点 B 70 米的点 D 处再建一凉亭, 测得 $\angle ACB = \angle ACD$,

$$\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

(1) 求 $\sin \angle BDC$ 的值;

(2) 测得 $AC = AD$, 观光通道每米的造价为 2 000 元, 若景区准备预算资金 8 万元建观光通道, 问: 预算资金够用吗?

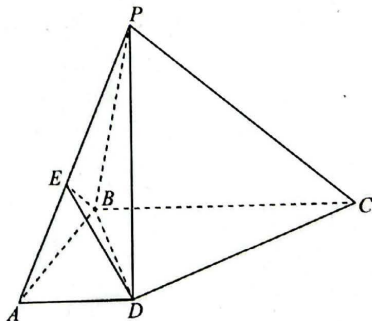


22. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 120^\circ$, $BC = 2AB = 2AD = 2$, 且直线 CD 与直线 PB 垂直.

(1) 证明: $\triangle PCD$ 为直角三角形;

(2) 若 $PB = PD$, 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$, E 为棱 PA 上一点, 且二面角 $A-BD-E$ 的大小为 60° , 求线段 AE 的长度.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线