

天一大联考
安徽专版 2023—2024 学年(上)高二年级阶段性测试(一)
数学·答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 答案 D

命题意图 本题考查集合的表示与运算.

解析 由 $\log_2(x+1) < 2$ 可得 $-1 < x < 3$, 即 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, $\complement_{\mathbb{R}}A = \{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 所以 $(\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B = \{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 4\}$.

2. 答案 B

命题意图 本题考查空间直角坐标系.

解析 点 A 和点 B 的纵坐标相同,其他坐标互为相反数,故它们关于 y 轴对称.

3. 答案 A

命题意图 本题考查直线的点斜式方程.

解析 光线沿倾斜角为 120° 的直线射向 y 轴上的点 $A(0, -4)$, 经 y 轴反射后反射光线所在的直线的倾斜角为 60° , 反射光线的斜率为 $k = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$, 且反射光线过点 $A(0, -4)$, 故反射光线所在的直线方程为 $y = \sqrt{3}x - 4$.

4. 答案 C

命题意图 本题考查直线的交点.

解析 将方程 $2x + y - 4 = 0$ 与 $x - y - 2 = 0$ 联立, 得两条直线的交点坐标为 $(2, 0)$, 依题意得 $2k - 0 + 3 = 0$, 解得 $k = -\frac{3}{2}$.

5. 答案 D

命题意图 本题考查指数函数的性质.

解析 $b = 3^{\frac{2}{5}} > 3^{\frac{1}{3}} = a$, $c^9 = \frac{81}{4} < a^9 = 3^3 = 27$, 故 $c < a < b$.

6. 答案 A

命题意图 本题考查空间向量基本定理.

解析 因为向量 p 以 $\{a, b, c\}$ 为基底时的坐标为 $(2, -3, 3)$, 所以 $p = 2a - 3b + 3c$. 设 $p = x(a - b) + y(a + b) +$

$3zc = (x + y)a + (y - x)b + 3zc$, 由空间向量基本定理可得 $\begin{cases} x + y = 2, \\ y - x = -3, \\ 3z = 3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = \frac{5}{2}, \\ y = -\frac{1}{2}, \\ z = 1, \end{cases}$ 因此, p 以 $\{a - b, a + b,$

$3c\}$ 为基底时的坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}, 1)$.

7. 答案 C

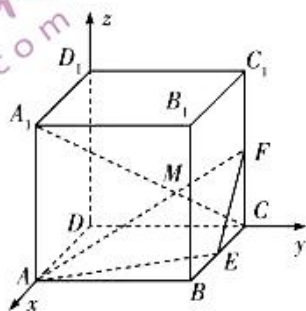
命题意图 本题考查基本不等式的应用.

解析 $\frac{2y}{x+2y} - \frac{y}{x+y} = y \left(\frac{2}{x+2y} - \frac{1}{x+y} \right) = [(x+2y) - (x+y)] \left(\frac{2}{x+2y} - \frac{1}{x+y} \right) = 3 - \left[\frac{x+2y}{x+y} + \frac{2(x+y)}{x+2y} \right] \leq 3 - 2\sqrt{2}$, 当且仅当 $x+2y = \sqrt{2}(x+y)$, 即 $\frac{x}{y} = \sqrt{2}$ 时等号成立. 所以原式的最大值为 $3 - 2\sqrt{2}$.

8. 答案 B

命题意图 本题考查空间向量的应用.

解析 如图, 连接 A_1C , 因为直线 A_1C 与 AF 都在平面 A_1ACC_1 内, 所以直线 A_1C 与 AF 的交点即 A_1C 与平面 AEF 的交点 M , 利用三角形相似, 可得 $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AF}$. 以 D 为原点, DA 为 x 轴, DC 为 y 轴, DD_1 为 z 轴, 建立空间直角坐标系, 则 $A(2, 0, 0)$, $F(0, 2, 1)$, $D_1(0, 0, 2)$, 所以 $\vec{AF} = (-2, 2, 1)$, 从而 $\vec{AM} = \left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$, 所以 M 的坐标为 $(2, 0, 0) + \left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$, 所以 $D_1M = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - 2\right)^2} = 2$.



二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 答案 ABD

命题意图 本题考查空间向量的有关概念.

解析 向量 $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$, 则 $|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$, A 正确; 显然与 \mathbf{a} 同向的单位向量为 $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, B 正确; 由数量积的定义得 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \times (-1) + 1 \times 0 + 1 \times 2 = 1$, C 错误; 显然 $|\mathbf{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, 则 $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$, D 正确.

10. 答案 AD

命题意图 本题考查直线的方程和应用.

解析 $|BC| = \sqrt{(2+2)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{5}$, 故 A 正确; 将 $(2, 1)$ 代入 $x+2y+4=0$, 不成立, 故 B 错误; $k_{BC} = \frac{3-1}{-2-2} = -\frac{1}{2}$, 故边 BC 上的高所在直线的斜率为 2, 故 C 错误; 边 BC 所在直线的方程为 $x+2y-4=0$, 点 A 到直线 BC 的距离为 $\frac{3}{\sqrt{5}}$, 又因为 $|BC| = 2\sqrt{5}$, 所以 $\triangle ABC$ 的面积为 3, 故 D 正确.

11. 答案 BC

命题意图 本题考查直线的方程和性质.

解析 当 $m=1$ 时, 直线 l_1 在 x 轴上的截距为 -1 , 故 A 错误; 直线 $l_1: mx+y+1=0$, 当 m 变化, $x=0$ 时, $y=-1$ 恒成立, 所以 l_1 恒过定点 $(0, -1)$, 故 B 正确; 因为不论 m 取何值, 直线 l_1 与 l_2 都互相垂直, 且 l_1 恒过定点 $(0,$

$-1)$, l_2 恒过定点 $(-1, 0)$, 所以点 M 在以 $(0, -1)$ 和 $(-1, 0)$ 为直径的端点的圆上运动, 故 C 正确; 将方程 $mx + y + 1 = 0$ 中的 x, y 互换得到 $my + x + 1 = 0$, 与直线 l_2 的方程不一致, 故 D 错误.

12. 答案 BCD

命题意图 本题考查立体几何的综合问题.

解析 若 M, N, A_1, B 四点共面, 根据面面平行的性质, 可知 $A_1N \parallel BM$, 又 $A_1D_1 \parallel BC$, 所以 $A_1N \parallel A_1D_1$, 显然不成立, 故假设不成立, 故 A 错误; $\because BC \perp$ 平面 $A_1ABB_1, AB_1 \subset$ 平面 $A_1ABB_1, \therefore BC \perp AB_1, \because A_1B \perp AB_1, A_1B \cap BC = B, \therefore AB_1 \perp$ 平面 A_1BC , 又 $A_1M \subset$ 平面 A_1BC , 从而 $AB_1 \perp A_1M$, 故 B 正确; 取 CC_1 的中点 P , 易得 $PN \parallel A_1B$, 所以 P, N, A_1, B 四点共面, 易知 $A_1N = BP$, 所以四边形 A_1NPB 为等腰梯形, 故 C 正确; 正方体外接球的球心在球心点 O 处, 球的半径 $R = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{3}$, 要使得过 MN 的平面截该球得到的截面面积最小, 则截面圆的圆心为线段 MN 的中点 Q , 连接 OM, ON , 则 $OM = ON = \sqrt{2}, MN = \sqrt{6}$, 所以 $OQ = \sqrt{OM^2 - \left(\frac{1}{2}MN\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 此时截面圆的半径 $r = \sqrt{R^2 - OQ^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$, 所以所得截面面积的最小值为 $\frac{5\pi}{2}$, 故 D 正确.

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 答案 $2x - 3y - 13 = 0$

命题意图 本题考查直线的方程.

解析 由题意可得 $\tan \alpha = \frac{2}{3}$, 即直线 l 的斜率为 $\frac{2}{3}$, 所以直线 l 的方程为 $y + 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$, 即 $2x - 3y - 13 = 0$.

14. 答案 $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

命题意图 本题考查三角函数的图象与性质.

解析 因为 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 所以 $2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 得 $\varphi = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 又因为 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{6}$, 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 时, $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$, 所以 $f(x) \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

15. 答案 $\sqrt{13}$

命题意图 本题考查利用空间向量求距离.

解析 根据题意, 直线 l 的方程可写为 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{\frac{1}{2}} = \frac{z}{1}$, 则 l 的方向向量为 $\mathbf{n} = \left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$, 且过点 $A(1, 2, 0)$.

$|\mathbf{n}| = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{3}{2}$, $\overrightarrow{AP} = (2, -3, 1)$, 则 $|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{14}$. 故 \overrightarrow{AP} 在 \mathbf{n} 上投影向量的模为 $\frac{|\overrightarrow{AP} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|} = 1$,

故点 P 到直线 l 的距离为 $d = \sqrt{|\overrightarrow{AP}|^2 - \left(\frac{|\overrightarrow{AP} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|}\right)^2} = \sqrt{13}$.

16. 答案 $150^\circ \left(\frac{5\pi}{6}\right)$

命题意图 本题考查向量的运算性质.

解析 $|\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}|^2 = \mathbf{a}^2 + 2\lambda\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \lambda^2\mathbf{b}^2 = 1 + 4\lambda\cos\theta + 4\lambda^2 = 4\left(\lambda^2 + \lambda\cos\theta + \frac{\cos^2\theta}{4} - \frac{\cos^2\theta}{4}\right) + 1 = 4\left(\lambda + \frac{\cos\theta}{2}\right)^2 +$

$1 - \cos^2 \theta = 4 \left(\lambda + \frac{\cos \theta}{2} \right)^2 + \sin^2 \theta$. 当 $\lambda = -\frac{\cos \theta}{2}$ 时, $|a + \lambda b|_{\min} = |\sin \theta|$. $\lambda = -\frac{\cos \theta}{2} > 0 \Rightarrow \cos \theta < 0$. 因为 $|a + \lambda b|_{\min} = \frac{1}{2}$, 所以 $|\sin \theta| = \frac{1}{2}$. 因为 $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$, 所以 $\sin \theta = \frac{1}{2}$, $\theta = 30^\circ$ 或 150° . 因为 $\cos \theta < 0$, 所以 $\theta = 150^\circ$.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. 命题意图 本题考查函数的解析式, 由指数函数的单调性解不等式.

解析 (I) 由题意知 $P(0, 1)$, (2 分)

$\therefore f(0) = \frac{1}{2-a} = 1$, 解得 $a = 1$ (4 分)

(II) 由 $f(x) > \frac{4}{7}$, 得 $\frac{2^x}{2^{x+1}-1} > \frac{4}{7}$,

$\therefore \frac{1}{2-2^{-x}} > \frac{4}{7}$, (6 分)

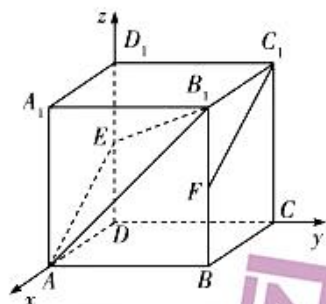
$\therefore 0 < 2-2^{-x} < \frac{7}{4}$, $\therefore \frac{1}{4} < 2^{-x} < 2$, (7 分)

$\therefore -1 < x < 2$, (9 分)

故不等式 $f(x) > \frac{4}{7}$ 的解集为 $(-1, 2)$ (10 分)

18. 命题意图 本题考查利用空间向量求异面直线所成的角和线面角.

解析 由题可建立如图所示的空间直角坐标系,



..... (2 分)

则 $B_1(1, 1, 1)$, $E(0, 0, \frac{1}{2})$, $F(1, 1, \frac{1}{2})$, $A(1, 0, 0)$, $C_1(0, 1, 1)$, $A_1(1, 0, 1)$.

(I) 因为 $\overrightarrow{FC_1} = (-1, 0, \frac{1}{2})$, $\overrightarrow{AB_1} = (0, 1, 1)$, (3 分)

所以 $\cos \langle \overrightarrow{FC_1}, \overrightarrow{AB_1} \rangle = \frac{\overrightarrow{FC_1} \cdot \overrightarrow{AB_1}}{|\overrightarrow{FC_1}| |\overrightarrow{AB_1}|} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, (5 分)

所以异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (6 分)

(II) $\overrightarrow{AB_1} = (0, 1, 1)$, $\overrightarrow{AE} = (-1, 0, \frac{1}{2})$, $\overrightarrow{AA_1} = (0, 0, 1)$ (7 分)

设平面 AB_1E 的法向量为 $n = (x, y, z)$,

$$\text{则} \begin{cases} \vec{AE} \cdot \mathbf{n} = 0, \\ \vec{AB}_1 \cdot \mathbf{n} = 0, \end{cases} \text{ 即} \begin{cases} -x + \frac{1}{2}z = 0, \\ y + z = 0, \end{cases} \text{ 取 } z = 2, \text{ 可得 } \mathbf{n} = (1, -2, 2), \dots (9 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \cos \langle \vec{AA}_1, \mathbf{n} \rangle = \frac{\vec{AA}_1 \cdot \mathbf{n}}{|\vec{AA}_1| |\mathbf{n}|} = \frac{2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}, \dots (11 \text{ 分})$$

$$\text{所以直线 } AA_1 \text{ 与平面 } AB_1E \text{ 所成角的正弦值为 } \frac{2}{3}. \dots (12 \text{ 分})$$

19. 命题意图 本题考查直线的方程和性质.

解析 (I) 由条件知 AB 边上的高所在的直线的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

所以直线 AB 的斜率为 2, $\dots (2 \text{ 分})$

又因为 $A(4, -2)$, 所以直线 AB 的方程为 $y + 2 = 2(x - 4)$, 即 $2x - y - 10 = 0$. $\dots (5 \text{ 分})$

(II) 因为 C 点在 x 轴上, 所以设 $C(t, 0)$, 则线段 AC 的中点为 $D(\frac{t+4}{2}, -1)$, $\dots (7 \text{ 分})$

点 D 在直线 $x - y - 4 = 0$ 上, 所以 $\frac{t+4}{2} + 1 - 4 = 0$, 得 $t = 2$, 即 $C(2, 0)$. $\dots (9 \text{ 分})$

又点 C 在直线 $x + 2y + m = 0$ 上, 所以 $2 + m = 0$,
得 $m = -2$. $\dots (12 \text{ 分})$

20. 命题意图 本题考查三角函数、三角恒等变换和解三角形的综合.

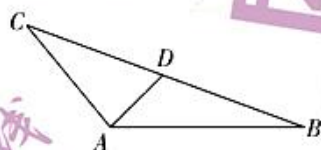
解析 (I) 由条件和正弦定理可得 $\sqrt{3} \sin A \sin B = 2 \sin B + \sin B \cos A$, $\dots (2 \text{ 分})$

又 $B \in (0, \pi)$, 所以 $\sin B \neq 0$, 所以 $\sqrt{3} \sin A - \cos A = 2$,
即 $2 \sin(A - \frac{\pi}{6}) = 2$, $\dots (4 \text{ 分})$

又 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$, 所以 $A = \frac{2\pi}{3}$. $\dots (5 \text{ 分})$

(II) 因为 $3 \sin B = 2 \sin C$, 所以由正弦定理得 $3b = 2c$. $\dots (6 \text{ 分})$

设 $\angle BAD = \theta$, 则 $\angle CAD = \frac{2\pi}{3} - \theta$.



因为 AD 为 BC 边上的中线, 所以 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$,
即 $\frac{1}{2}c \cdot AD \cdot \sin \theta = \frac{1}{2}b \cdot AD \cdot \sin(\frac{2\pi}{3} - \theta)$, $\dots (8 \text{ 分})$

即 $3 \sin \theta = 2 \sin(\frac{2\pi}{3} - \theta) = 2(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta)$, $\dots (10 \text{ 分})$

即 $2 \sin \theta = \sqrt{3} \cos \theta$, 显然 $\cos \theta \neq 0$, 所以 $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

即 $\tan \angle BAD = \frac{\sqrt{3}}{2}$. $\dots (12 \text{ 分})$

21. 命题意图 本题考查直线的性质,以及基本不等式.

解析 (I)由已知得 l 的斜率为 $m+2$, (1分)

因为 l 与直线 $x+2y-3=0$ 垂直,所以 $-\frac{1}{2} \times (m+2) = -1$, (3分)

解得 $m=0$ (4分)

(II)令 $y=0$,得 $x=\frac{1+3m}{m+2}$,令 $x=0$,得 $y=-1-3m$,

由 $\frac{1+3m}{m+2} > 0$ 且 $-1-3m > 0$,解得 $m < -2$ (6分)

所以 l 与两坐标轴的正半轴所围成的三角形的面积 $S = \frac{1}{2} \times \frac{1+3m}{m+2} \times (-1-3m) = -\frac{(1+3m)^2}{2(m+2)}$ (7分)

令 $t = m+2$,则 $t < 0$,所以 $m = t-2$,

所以 $S = -\frac{1}{2} \times \frac{(3t-5)^2}{t} = -\frac{1}{2} \left(9t + \frac{25}{t} - 30 \right) = \frac{1}{2} \left[(-9t) + \frac{25}{-t} + 30 \right] \geq \frac{1}{2} (2\sqrt{9 \times 25} + 30) = 30$,
..... (9分)

当且仅当 $t = -\frac{5}{3}$,即 $m = -\frac{11}{3}$ 时取等号,此时三角形面积最小. (10分)

此时 l 的方程为 $-\frac{5}{3}x - y + 10 = 0$,即 $5x + 3y - 30 = 0$ (12分)

22. 命题意图 本题考查面面垂直的证明及空间向量的应用.

解析 (I)如图,连接 BO .

$\because AB = BC = 1, AC = \sqrt{2}, O$ 为棱 AC 的中点,

$\therefore BO \perp AC$,且 $BO = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (1分)

又 $PA = PB = PC = \sqrt{2}$,

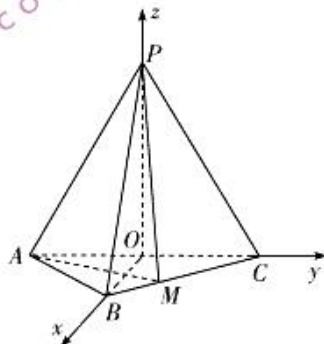
$\therefore PO \perp AC$,且 $PO = \frac{\sqrt{6}}{2}$,

则 $PB^2 = PO^2 + BO^2$,则 $PO \perp OB$ (3分)

$\because OB \cap AC = O, OB, AC \subset$ 平面 $ABC, \therefore PO \perp$ 平面 ABC ,而 $PO \subset$ 平面 PAC ,

\therefore 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC (4分)

(II)建立以 O 为坐标原点,直线 OB, OC, OP 分别为 x 轴, y 轴, z 轴的空间直角坐标系,如图所示,



则 $A\left(0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right), P\left(0, 0, \frac{\sqrt{6}}{2}\right), C\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right), B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0\right)$.

故 $\vec{PA} = \left(0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right), \vec{PC} = \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right), \vec{BA} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right), \vec{BC} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ (6分)

设 $\vec{BM} = \lambda \vec{BC} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda, \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda, 0\right), 0 \leq \lambda < 1$, 则 $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda + \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda, 0\right), \vec{AM} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda, \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda + \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$.

设平面 PAM 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$,

$$\text{则} \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{PA} = -\frac{\sqrt{2}}{2}y - \frac{\sqrt{6}}{2}z = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{AM} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda\right)x + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)y = 0, \end{cases}$$

令 $z = 1$, 可得 $y = -\sqrt{3}, x = \frac{\sqrt{3}(\lambda+1)}{1-\lambda}$, 即 $\mathbf{n} = \left(\frac{\sqrt{3}(\lambda+1)}{1-\lambda}, -\sqrt{3}, 1\right)$ (8分)

设直线 PC 与平面 PAM 所成角为 θ , 则 $\sin \theta = |\cos \langle \vec{PC}, \mathbf{n} \rangle| = \frac{|\vec{PC} \cdot \mathbf{n}|}{|\vec{PC}| \cdot |\mathbf{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{4}$,

$$\therefore \left| \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\sqrt{3}) - \frac{\sqrt{6}}{2} \times 1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} \times \sqrt{\left[\frac{\sqrt{3}(\lambda+1)}{1-\lambda}\right]^2 + 3 + 1}} \right| = \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{解得 } \lambda = \frac{1}{3} \text{ 或 } \lambda = 3 \text{ (舍去),}$$

则平面 PAM 的法向量为 $\mathbf{n} = (2\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1)$ (10分)

易知平面 PAC 的一个法向量为 $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$,

设二面角 $M-PA-C$ 为 φ ,

$$\text{则 } \cos \varphi = |\cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle| = \left| \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{m}| \cdot |\mathbf{n}|} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

\therefore 二面角 $M-PA-C$ 的大小为 30° (12分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线