

5. 已知方程 $1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots - \frac{x^{2018}}{2018} = 0$ 的所有实数根都在区间 $[a, b]$ 内 (其中 $a, b \in \mathbf{Z}$, 且 $a < b$), 则 $b - a$ 的最小值为 【 1 】

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 对任意正整数 n , 定义 $Z(n)$ 为使得 $1 + 2 + \dots + m$ 是 n 的倍数的最小的正整数 m . 关于下列三个命题:

- ① 若 p 为奇质数, 则 $Z(p) = p - 1$;
② 对任意正整数 a , 都有 $Z(2^a) > 2^a$;
③ 对任意正整数 a , 都有 $Z(3^a) = 3^a - 1$.

其中所有真命题的序号为

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③ 【 1 】

得分	评卷人

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

7. 设函数 $f(x) = x + \frac{9}{x}$ 在 $[1, 4]$ 的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M - m$ 的值为 _____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{1}{4}$, 则 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan C}$ 的最小值为 _____.

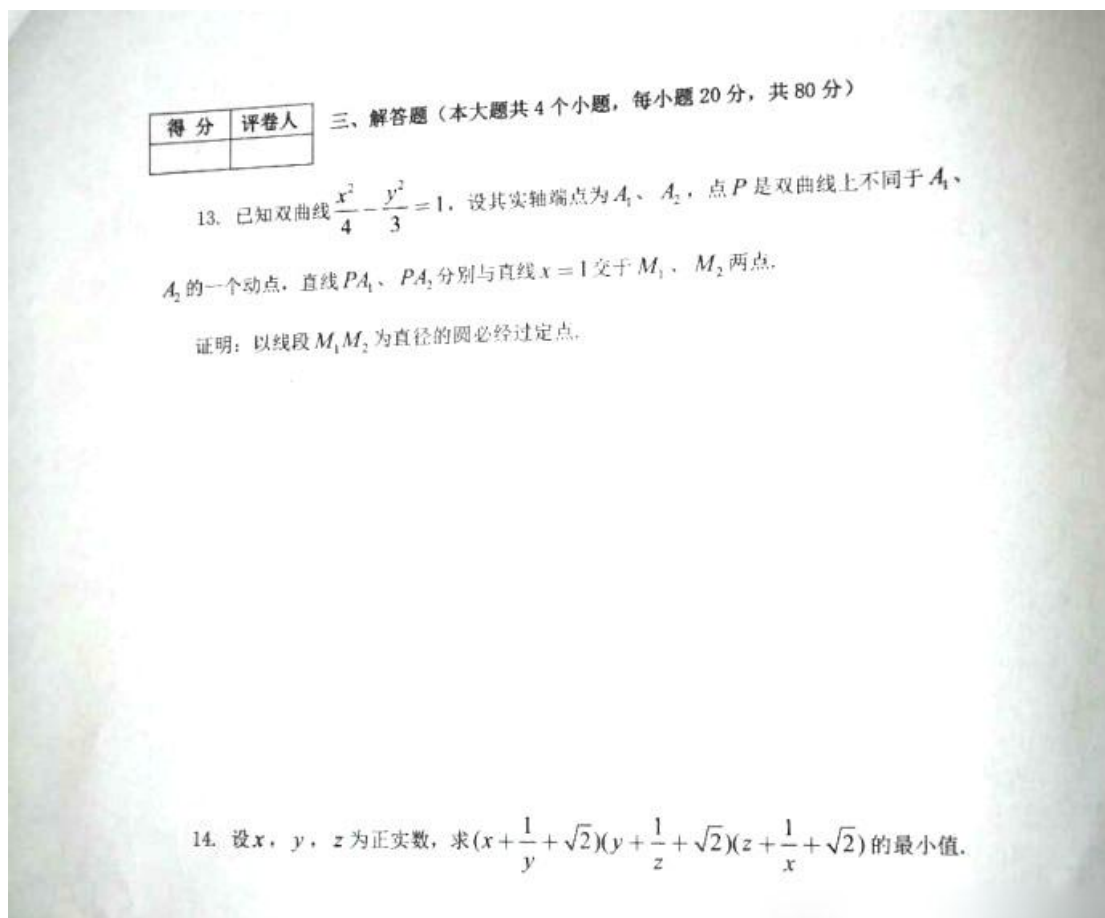
9. $\frac{1 - \log_6 5 - \log_{10} 3 - \log_{15} 2}{\log_6 5 \cdot \log_{10} 3 + \log_{10} 3 \cdot \log_{15} 2 + \log_{15} 2 \cdot \log_6 5}$ 的值为 _____.

10. 在三棱锥 $P - ABC$ 中, 三条棱 PA 、 PB 、 PC 两两垂直, 且 $PA = 1$, $PB = 2$, $PC = 2$. 若点 Q 为三棱锥 $P - ABC$ 外接球的球面上任一点, 则 Q 到面 ABC 距离的最大值为 _____.

11. 设直线 $y = kx + b$ 与曲线 $y = x^3 - x$ 有三个不同的交点 A 、 B 、 C , 且 $|AB| = |BC| = 2$, 则 k 的值为 _____.

12. 设集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 若 I 的非空子集 A 、 B 满足 $A \cap B = \emptyset$, 就称有序集合对 (A, B) 为 I 的“隔离集合对”, 则集合 I 的“隔离集合对”的个数为 _____.

(用具体数字作答)



15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{8}a_n^2 + m$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 若对任意正整数 n , 都有 $a_n < 4$, 求实数 m 的最大值.

16. 设函数 $f(x) = px - \frac{p}{x} - 2\ln x$.

(1) 若 $f(x)$ 在其定义域内为单调递增函数, 求实数 p 的取值范围;

(2) 设 $g(x) = \frac{2e}{x}$, 且 $p > 0$, 若在 $[1, e]$ 上至少存在一点 x_0 , 使得 $f(x_0) > g(x_0)$ 成立, 求实数 p 的取值范围;

(3) 求证: 对任意的正整数 n , 都有 $\sum_{k=1}^n \ln^2(1 + \frac{2}{k}) < 3$ 成立.



自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注

