

重庆市高 2023 届高三第五次质量检测

数学试题

2022.12

命审单位:重庆南开中学

注意事项:

1. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求。公众号山城学术圈

1. 已知 i 为虚数单位,则复数 $\frac{2-i}{i}$ 的虚部为
A. $-i$ B. $-2i$ C. -1 D. -2
2. 已知 x, y 是任意实数,则 $p:2^{x+y} \geq 8$ 是 $q:x \geq 1$ 且 $y \geq 2$ 的
A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_6 = 3S_3$, 则 $\frac{a_7 + a_9}{a_1 + a_3}$ 的值为
A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$
4. 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$, 线段 AC, BD 交于点 O , 则 $\overrightarrow{EO} =$
A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ B. $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ D. $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
5. $(2x^2 + y + 1)^5$ 的展开式中 x^4y^2 项的系数为
A. 120 B. 160 C. 180 D. 210
6. 若定义在 \mathbf{R} 上的函数满足 $f(x+3)$ 为偶函数, 且 $f(x) + f(2-x) = 2$, 则
A. $f(5) = -1$ B. $f(3) = 2$ C. $f(0) = 0$ D. $f(-3) = 1$
7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 双曲线 C 上一点 P 向 y 轴作垂线, 垂足为 Q , 若 $|PQ| = |F_1F_2|$ 且 PF_1 与 QF_2 垂直, 则双曲线 C 的离心率为
A. $\sqrt{3} + 1$ B. $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$
8. 函数 $f(x) = x^2 + x \ln x - ax$ 与函数 $g(x) = ae^{-2x} + x^2$ 存在相同的极值点 x_0 , 则 $e^{2x_0} \ln x_0$ 的值为
A. -1 B. -2 C. $-e$ D. $\frac{1}{2e}$

数学试题 第 1 页 (共 4 页)

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.
全部选对得5分,部分选对得2分,有选错得0分.公众号山城学术圈

9. 橙子辅导欲供应的N95口罩中,市场占有率和优质率的信息如下表:

品牌	甲	乙	其他
市场占有率	50%	30%	20%
优质率	80%	90%	70%

在该市场中任意买一N95口罩,用 A_1, A_2, A_3 分别表示买到的口罩为甲品牌、乙品牌、其他品牌, B 表示买到的是优质品,则

A. $P(A_2 + A_3) = P(A_1)$

B. $P(BA_2) = 90\%$

C. $P(B) = 81\%$

D. $P(A_2|B) = 30\%$

10. 已知 α, β 是空间中两个不同的平面, m, n 是不在平面 α, β 内的两条不同的直线,则下列推理正确的是

A. $\begin{cases} \alpha // \beta \\ m // \alpha \Rightarrow m // n \\ n // \beta \end{cases}$

B. $\begin{cases} \alpha // \beta \\ m \perp \alpha \Rightarrow m // n \\ n \perp \beta \end{cases}$

C. $\begin{cases} m // n \\ m // \alpha \rightarrow \alpha // \beta \\ n // \beta \end{cases}$

D. $\begin{cases} \alpha \perp \beta \\ m \perp \alpha \rightarrow m \perp n \\ n \perp \beta \end{cases}$

11. 已知圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$,点 $P(4,6)$,则下列说法正确的有

A. 圆 C 上有且只有两点到点 P 的距离为1

B. 圆 C 上存在点 Q ,使得 $\tan \angle CPQ = \frac{4}{3}$

C. 若 Q 为圆 C 上一动点,则 $\vec{PQ} \cdot \vec{PC}$ 的取值范围为 $[5, 45]$

D. 过点 P 可作直线 l 与圆 C 交于两点 M, N ,使得 $\vec{PM} = 3\vec{PN}$

12. 已知实数 a, b 满足 $4a^2 - ab + b^2 = 1$,以下说法正确的是

A. $|a| \leq \frac{2\sqrt{15}}{15}$

B. $|a + b| < 1$

C. $\frac{4}{5} \leq 4a^2 + b^2 \leq \frac{4}{3}$

D. $|2a - b| \leq \frac{2\sqrt{10}}{5}$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.公众号山城学术圈

13. 函数 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ 的最小正周期为_____.

14. 函数 $f(x) = (x+1)\ln x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为_____.

15. 山城学术圈安排学号为1~9的九名同学中的某5位,分别担任周一至周五的值日生,要求学号为奇数的同学不能安排在周一、周三、周五三天值日,则不同的安排方法有_____种.(用数字作答)

16. 已知 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上两个动点,满足 $x_1x_2 + 4y_1y_2 = 0, O$ 为坐标原点,则:

(1) $|OA|^2 + |OB|^2 =$ _____; (2分)

(2) 坐标原点 O 到直线 AB 的距离的取值范围是_____. (3分)

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分)已知 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a \sin B = b \cos\left(A + \frac{\pi}{6}\right)$.

(1)求 A ;

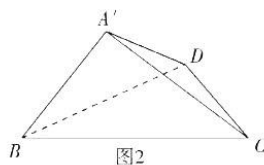
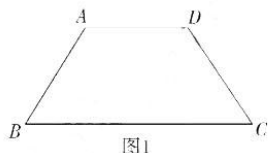
(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}a^2$,求 $\frac{b}{c} + \frac{c}{b}$.

18. (本小题满分12分)已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,公差为 $d, d \neq 0$,且 $S_8 = 9a_4$.

(1)求 $\frac{a_1}{d}$;

(2)若 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} < 1$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立,求 d 的取值范围.

19. (本小题满分12分)已知四边形 $ABCD$ 如图1所示, $AD \parallel BC, AB = AD = DC = \frac{1}{2}BC = 2$,将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起得到四面体 $A'BCD$,如图2所示, $A'C = 2\sqrt{2}$.



(1)证明: $A'B \perp CD$;

(2)求直线 $A'B$ 与平面 $A'CD$ 所成角的大小.

20. (本小题满分12分)在传染病学中,通常把从致病刺激物侵入机体或者对机体发生作用起,到机体出现反应或开始呈现该疾病对应的相关症状时止的这一阶段称为潜伏期.微信公众号山城学术圈统计了该地区1000名患者的相关信息,得到数据如下:

潜伏期(单位:天)	[0,2]	(2,4]	(4,6]	(6,8]	(8,10]	(10,12]	(12,14]
人数	60	180	350	250	100	50	10

- (1) 求这 1000 名患者的潜伏期的样本平均数 \bar{x} (同一组中的数据用该组区间的中点值代表);
 (2) 为进一步研究该传染病的潜伏期与患者年龄的关系,按潜伏期进行分层抽样,从上述 1000 名患者中抽取 100 人,得到如下 2×2 列联表:

	潜伏期 ≤ 6 天	潜伏期 > 6 天	总计
60 岁以上(含 60 岁)			50
60 岁以下	24		
总计			100

将上述列联表补充完整,并据此判断是否有 95% 的把握认为该传染病的潜伏期与患者年龄有关?

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010
k_0	3.841	5.024	6.635

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d.$$

- (3) 若用样本估计总体,以频率近似概率,从该地区所有患者中随机抽取 10 人,则抽到的 10 人中潜伏期不超过 8 天的人数最有可能为多少? 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = (x+1)\ln x + (a-2)x + 2, a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a \geq 0$ 时,求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 证明:函数 $f(x)$ 存在唯一零点.

22. (本小题满分 12 分) 已知动点 P 在抛物线 $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ 上,动点 Q 在圆 $C_2: (x-p)^2 + y^2 = 1$ 上,且 P, Q 之间距离的最小值为 1.

- (1) 求抛物线 C_1 和圆 C_2 的方程;
 (2) 抛物线 C_1 上是否存在三点 A, B, C ,使得 $\triangle ABC$ 外切于圆 C_2 ? 若存在,求出 A, B, C 三点的坐标; 若不存在,请说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

