2023年硚口区高三年级起点质量检测

高三数学试卷

考试时间：2023年7月25日下午 14：00——16：00　　　　试卷满分：150分

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.集合 $A=\{x|x^2-3x-4\leqslant 0\}$，$B=\{x|1<x<5\}$，则集合 $A\cup B$ 等于(　)

A. $[-1,5)$　　B. $(-1,5)$　　C. $(1,4]$　　D. $(1,4)$

2.若复数 $z=|\sqrt{3}\mathrm{i}-1|+\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$，则复数 z 的虚部为(　)

A. $\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

3.甲组有4名护士，1名医生；乙组有6名护士，2名医生.现需紧急组建医疗小队，若从甲、乙两组中各抽调2名人员，则选出的4名人员中恰有1名医生的不同选法共有(　)

A. 130种　　B. 132种　　C. 315种　　D. 360种

4.攒尖是我国古代建筑中屋顶的一种结构形式，宋代称为最尖，清代称攒尖，通常有圆形攒尖、三角攒尖、四角攒尖、八角攒尖，也有单檐和重檐之分，多见于亭阁式建筑、园林建筑．下面以四角攒尖为例，如图，它的屋顶部分的轮廓可近似看作一个正四棱锥．已知正四棱锥的底面边长为 $3\sqrt{2}$ 米，侧棱长为5米，则其体积为(　)立方米。

A. $24\sqrt{2}$　B. 24　C. $72\sqrt{2}$　D. 72

5. 公司邀请用户参加某产品的试用并评分，满意度为10分的有1人，满意度为9分的有1人，满意度为8分的有2人，满意度为7分的有4人，满意度为5分和4分的各有1人，则该产品用户满意度评分的平均数、众数、中位数、85%分位数分别为(　)

A. 8分，7分，7分，9分　　B. 8分，7分，7分，8.5分

C. 7.2分，7分，7分，9分　　D. 7.2分，7分，7分，8.5分

6.过点$(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},0)$且倾斜角为$\dfrac{\pi}{3}$的直线 l 交圆 $x^2+y^2-6y=0$ 于 A，B 两点，则弦 AB 的长为(　)

A. $4\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{10}$

7.设函数 $f(x)=3^x+b$，函数 $f(x)$ 的图像经过第一、三、四象限，则 $g(b)=f(b)-f(b-1)$ 的取值范围为(　)

A. $(0,\dfrac{2}{9})$　　B. $(-\infty,\dfrac{2}{9})$　　C. $(-\infty,\dfrac{2}{3})$　　D. $(0,\dfrac{2}{3})$

8. 若函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{m}{x^2}-\frac{x}{3}(x>0)$ 有两个零点，则 m 的取值范围为（　）

A. $(-\infty,\frac{2}{3})$　　B. $(0,\frac{2}{3})$　　C. $\{\frac{2}{3}\}$　　D. $(\frac{2}{3},+\infty)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，过 BD_1 的平面 α 交棱 AA_1 于点 E，交棱 CC_1 于点 F，则（　）

A. $\vec{BF}=ED_1$　　B. 不存在 E，F，使得 $EF\perp$ 平面 DBB_1D_1

C. 四边形 BFD_1E 可能为菱形　　D. 平面 α 分正方体所得两部分的体积相等

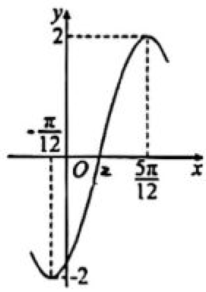
10. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象，则（　）

A. $\omega=2$

B. $\varphi=\frac{\pi}{3}$

C. 点 $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

D. $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位后所对应的函数为偶函数



11. 已知双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{3}=1$，F_1,F_2 为双曲线的左、右焦点，若直线 l 过点 F_2，且与双曲线的右支交于 M,N 两点，下列说法正确的是（

A. 双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{3}$

B. 若 l 的斜率为 2，则 MN 的中点为 $(8,12)$

C. 若 $\angle F_1MF_2=\frac{\pi}{3}$，则 $\triangle MF_1F_2$ 的面积为 $3\sqrt{3}$

D. 使 $\triangle MNF_1$ 为等腰三角形的直线 l 有 3 条

12. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且满足 $f(1+x)=f(1-x)$，$f(x-2)+f(-x)=0$，则下列说法正确的是（　）

A. $y=f(x+1)$ 是偶函数　　B. $y=f(x+3)$ 为奇函数

C. $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数　　D. $f(1)=0$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 正六边形$ABCDEF$的边长为4，点P满足$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，则$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{AB}=$______.

14. 网购作为一种新的消费方式，因其具有快捷、商品种类齐全、性价比高等优势而深受广大消费者认可.某网购公司统计了近五年在本公司网购的人数，得到如下的相关数据(其中“$x=1$”表示 2015 年，“$x=2$”表示 2016 年，且 x 为整数，依次类推；y 表示人数)：

x	1	2	3	4	5
y(万人)	20	50	100	150	180

根据表中的数据，可以求出$\hat{b}=\dfrac{1920-5\times3\times100}{55-5\times9}=42$，若预测该公司的网购人数能超过 300 万人，则 x 的最小值为______.

15. 已知$7\sqrt{3}\sin\theta=1+7\cos\theta$，则$\sin(2\theta+\dfrac{\pi}{6})=$______

16. 已知直线AB是曲线$y=-\dfrac{1}{x}$及抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$的公切线，切点分别为$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)(x_2>0)$，则$x_1y_1=$______，若$|AB|=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$，则$p=$______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知等差数列$\{a_n\}$满足：$a_3=7$，$a_5+a_7=26$，$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.

(1)求 a_n 及 S_n；

(2)令 $b_n=\dfrac{1}{a_n^2-1}(n\in\mathbf{N}^*)$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18. 已知 a，b，c 分别为$\triangle ABC$ 的三个内角 A，B，C 的对边，$\dfrac{a-c}{b+c}=\dfrac{\sin B}{\sin A+\sin C}$

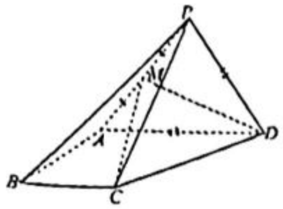
(1)求 A；

(2)D 为 BC 边上一点，$DA\perp BA$，且 $BD=3DC$，求 $\cos C$ 的值.

19. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$\triangle PAD$为等边三角形，M为PA的中点，$PD\perp AB$，平面$PAD\perp$平面$ABCD$.

（1）证明：平面$MCD\perp$平面PAB；

（2）若 $AD//BC$，$AD=2BC$，$CD=2AB$，求平面 MCD 与平面 PBC 夹角的余弦值．



20. 有编号为 1，2，3，…，18，19，20 的 20 个箱子，第一个箱子有 2 个黄球 1 个绿球，其余箱子均为 2 个黄球 2 个绿球，现从第一个箱子中取出一个球放入第二个箱子，再从第二个箱子中取出一个球放入第三个箱子，以此类推，最后从第 19 个箱子取出一个球放入第 20 个箱子，记

p_i为从第i个箱子中取出黄球的概率.

（1）求 p_2、p_3；

（2）求 p_{20}.

21.已知椭圆 $C:\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，点$(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3})$在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)过点 $N(2,0)$ 的直线与椭圆 C 交于 A,B 两点，求 $S_{\Delta AOB}$ 的最大值.

22. 已知函数 $f(x)=3(1-x)\ln(1+x)+\sin\pi x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(2)若 $f(x)=m$ 在 $[0,1]$ 上有两个不等的实数根 x_1,x_2，证明：$|x_1-x_2|\le 1-\dfrac{2m}{\pi+3}$.