秘密★启用前　　【考试时间：3月23日　15：00 — 17：00】

红河州2023届高中毕业生第二次复习统一检测

数　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、学校、班级、考场号、座位号在答题卡上填写清楚，并将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x|x^2-5x+4\le 0\}$，$B=\{x|\log_2 x<1\}$，则 $A\cup B=$

A．$\{x|1\le x<2\}$　　B．$\{x|x\le 4\}$

C．$\{x|0<x\le 4\}$　　D．$\{x|-4\le x<2\}$

2．已知复数 $z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，$\overline{z}$ 是 z 的共轭复数，则 $z^2-\overline{z}=$

A．$-1+\sqrt{3}i$　　B．$1-\sqrt{3}i$

C．$\sqrt{3}i$　　D．$-\sqrt{3}i$

3．已知函数 $f(x)=3\tan(\frac{\omega x}{2}+\frac{\pi}{3})$ $(\omega>0)$ 的图象的两个相邻对称中心之间的距离为 $\frac{\pi}{4}$，则 $\omega=$

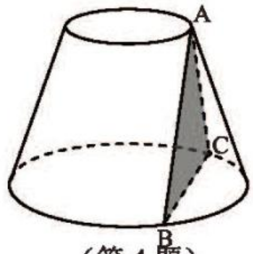
A．2　　B．4

C．8　　D．16

4.《九章算术》作为古代中国的第一部自成体系的数学专著，与古希腊的《几何原本》并称现代数学的两大源泉.《九章算术》中将圆台称为“圆亭”．今有圆亭，被一过上底圆周上一点 A 且垂直于底面的平面 ABC 所截，截面交圆亭下底于 BC，若 $BC=2.4$ 尺，劣弧 BC 上的点到弦 BC 的距离的最大值为 6 寸，圆亭母线长为10寸，则该圆亭的体积约为（1尺＝10寸，$\pi\approx3$）

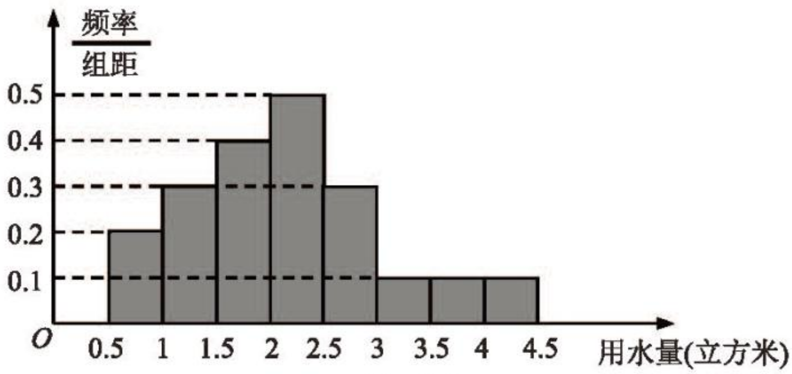
A．3528立方寸　　　B．4410立方寸

C．3.528立方寸　　　D．4.41立方寸



（第 4 题）

5．我国是世界上严重缺水的国家之一，城市缺水问题较为突出．某市政府为了解居民节约用水的意识，随机调查了100户居民某年的月均用水量数据（单位：立方米)，制成如图所示的频率分布直方图．下列说法正确的是



（第 5 题）

A．该组样本数据的极差是 4 立方米

B．可估计全市居民用户月均用水量的中位数的估计值是 2.25 立方米

C．可估计全市居民用户月均用水量的众数的估计值是 2 立方米

D．可估计全市居民用户中月均用水量超过 3 立方米的约占 15%

6．已知 α 为第三象限角，$\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\tan2\alpha=$

A．$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

7．若函数 $f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+1, & x\le 2,\\ f(x-2), & x>2,\end{cases}$ 与函数 $g(x)=\log_a(x+3),(a>0且a\ne 1)$ 的图象有且仅有一个交点，则 a 的范围为

A．$\{a|a>5\}$　　B．$\{a|a\ge 5\}$

C．$\{a|0<a\le 5且a\ne 1\}$　　D．$\{a|0<a<5且a\ne 1\}$

8．已知 F_1，F_2 分别为双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的左、右焦点，A 为虚轴的一个端点，O 为坐标原点，直线 AF_1 与 C 的一条渐近线交于点 P，若 $\triangle OPF_1$ 与 $\triangle APF_2$ 的面积相等，则 C 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 或 $\sqrt{5}$　　D．2 或 $\sqrt{5}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．在不透明的甲、乙两个盒子中分别装有除标号外完全相同的小球，甲盒中有 4 个小球，标号分别为 1，2，3，4，乙盒中有 3 个小球，标号分别为 5，6，7．现从甲、乙两个盒里分别随机抽取一个小球，记事件 $A=$“取到标号为 2 的小球”，事件 $B=$“取到标号为 6 的小球”，事件 $C=$“两个小球标号都是奇数”，事件 $D=$“两个小球标号之和大于 9”，则

A．事件 A 与事件 B 相互独立

B．事件 C 与事件 D 互斥

C．$P(C)=\frac{1}{3}$

D．$P(C\cup D)=\frac{1}{2}$

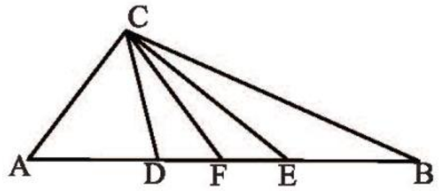
10．如图所示，在$\triangle ABC$中，$AC=6$，$AB=12$，D，E分别是AB边上的两个三等分点，F是DE的中点，若$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CE}=8$，则

A．$\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

B．$\cos\angle CAB=\frac{5}{6}$

C．$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AC}=30$

D．$\left|\overrightarrow{CB}\right|=60$



（第 10 题）

11．已知曲线E：$mx^2-ny^2=1$，则

A．当$mn>0$时，E是双曲线，其渐近线方程为$y=\pm\sqrt{\frac{m}{n}}x$

B．当$-n>m>0$时，E是椭圆，其离心率为$e=\sqrt{1+\frac{n}{m}}$

C．当$m=-n>0$时，E是圆，其圆心为$(0,0)$，半径为$\sqrt{-\frac{1}{n}}$

D．当$m\neq0$，$n=0$时，E是两条直线$x=\pm\sqrt{\frac{1}{m}}$

12．在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，下列选项正确的是

A．若E是侧面BCC_1B_1的中心，则$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DD_1}$

B．若F是AB的中点，M是正方形ABB_1A_1内的动点，且$C_1M//$平面CD_1F，则M的轨迹的长度为$\sqrt{2}$

C．若G是A_1C上的点，且$\overrightarrow{A_1G}=\lambda\overrightarrow{A_1C}$，$\lambda\in(0,1)$，则当$\triangle AGD_1$的面积最小时，$\lambda=\frac{1}{3}$

D．若F，H分别是AB，CC_1的中点，$A_1C\cap$平面$DFH=O$，则$\frac{A_1O}{OC}=\frac{5}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若函数 $f(x)=x(ae^{x}-e^{-x})$ 是偶函数，则 $a=$____________.

14. 已知抛物线 E：$y=\frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F，O 为坐标原点，若 E 上存在两点 A，B，使 $\triangle OAB$ 为等边三角形，则 $|AF|=$______________.

15. 若 $x=a$ 是函数 $f(x)=\frac{3}{2}x^2-(a+3)x+\ln x$ 的极小值点，则函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{4},3]$ 上的最大值为______.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，且 $(a_{n+1}-1)(a_n-1)=4(a_n-a_{n+1})$，设 $b_n=2^n(a_n-\lambda)$，其中 λ 为常数．若 $\{b_n\}$ 是递减数列，则 λ 的取值范围是___________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d>0$，$a_1=2$，其前 n 项和为 S_n，且__________.

在① a_1，a_3，a_{11} 成等比数列；② $\frac{S_5}{5}-\frac{S_3}{3}=3$；③ $a_{n+1}^2-3a_{n+1}=a_n^2+3a_n$ 这三个条件中任选一个，补充在横线上，并回答下列问题.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=1+(-1)^n a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n}.

注：如果选择多个条件分别解答，那么按第一个解答计分.

18. （12分）

某市教育行政部门为开展普及法律常识的宣传教育活动，增强学生的法律意识，提高自身保护能力，在全市中小学生范围内，组织了一次法律常识知识竞赛（满分100分），现从所有参赛学生的竞赛成绩中随机抽取200份，经统计，这200份成绩全部介于$[30,100]$之间，将数据按照$[30,40)$，$[40,50)$，……，$[90,100]$分成七组，得到如下频数分布表：

竞赛成绩（单位：分）	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
人数（单位：人）	6	14	30	74	42	23	11

（1）试估计该市竞赛成绩的平均分（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）和第80百分位数（保留一位小数）；

（2）以样本频率值作为概率的估计值，若从该市所有参与竞赛的学生中，随机抽取3名学生进行座谈，设抽到60分及以上的学生人数为X，求X的分布列和数学期望.

19.（12分）

记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a，b，c，已知$2\sin B=\sin A+\sin C$.

（1）证明：$0<B\le\frac{\pi}{3}$；

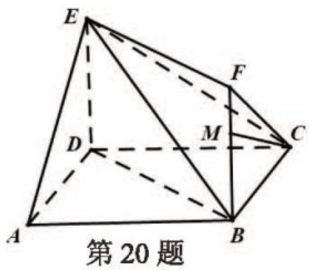
（2）求$\sin B\cdot\cos 2B$的最大值.

20.（12 分）

如图，在几何体 $ABCDEF$ 中，菱形 $ABCD$ 所在的平面与矩形 $BDEF$ 所在的平面互相垂直.

（1）若 M 为线段 BF 上的一个动点，证明：CM // 平面 ADE；

（2）若 $\angle BAD=60^\circ$，$AB=2$，直线 CF 与平面 BCE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{10}$，求点 F 到平面 BCE 的距离.



第 20 题

21.（12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 2，F，A 分别是 E 的左焦点和右顶点，点 Q 在 E 上，且 $\overline{QF}\cdot\overline{QA}=|\overline{QF}||\overline{QA}|=4$.

（1）求 E 的方程；

（2）若 $P(-1,\frac{3}{2})$，直线 $l:y=kx+m$ 与 E 交于不同两点 M，N，$\triangle PMN$ 的内切圆的圆心在直线 $x=-1$ 上，求直线 MN 的斜率.

22.（12分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+ax+a}{e^x}$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $x\geq 0$ 时，$f(x)\leq 2$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（3）设 $g(n)=\dfrac{1}{2e^n-1}$，$n\in N^*$，证明：$g(1)+g(2)+\cdots+g(n)<\dfrac{3}{4}$.