中学生标准学术能力诊断性测试2018年9月测试

理科数学试卷

本试卷共150分，考试时间120分钟。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若复数z满足$(1-i)^2+z(1-i)+i=0$，则$z=$（　）

A．$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$　　B．$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$　　C．$-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$　　D．$-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

2．已知集合$A=\{x\,|\,\log_2 x<2\}, B=\{x\,|\,\frac{1}{2}\le 2^x\le 8\}$，则$A\cap B=$（　）

A．$[-1,3]$　　B．$(0,3]$　　C．$[-1,4)$　　D．$(0,4)$

3．将420名工人编号为：001，002，…，420，采用系统抽样的方法抽取一个容量为60的样本，且随机抽得的号码为005．这420名工人来自三个工厂，从001到200为A工厂，从201到355为B工厂，从356到420为C工厂，则三个工厂被抽中的工人数依次为（　）

A．28，23，9　　B．27，23，10　　C．27，22，11　　D．28，22，10

4．已知公差不为0的等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=3$，若a_2,a_3,a_6成等比数列，则$\{a_n\}$的前5项之和为（　）

A．-23　　B．-25　　C．-43　　D．-45

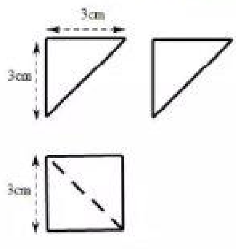
5．设曲线$y=ax^2-b\ln x$在$x=1$处的切线方程为$y=5x-2$，则a,b的值分别为（　）

A．$2,1$　　B．$-2,-1$　　C．$3,1$　　D．$-3,-1$

6．在平行四边形$ABCD$中，O为AC与BD的交点，若$2\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$，则$\overrightarrow{OE}=$（　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$　　C．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$　　D．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

7．已知一个棱锥的三视图如图所示，则该棱锥的表面积为（　）cm^2



第7题

A．$9\sqrt{2}+9$

B．$9\sqrt{2}+18$

C．18

D．27

8．设抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，直线l过F且与抛物线C交于A,B两点．若$|AB|=\frac{16}{3}$，且$|AF|>|BF|$，则$\frac{|AF|}{|BF|}=$（　）

A. 3　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 2　　D. 4

9. 若实数x,y满足$\begin{cases}x+2y-4\le 0\\ x-y-1\le 0\\ x\ge 1\end{cases}$，则$x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2$的取值范围是（　）

A. $[1,2]$　　B. $\left[\frac{5}{4},2\right]$

C. $\left[\frac{5}{4},\frac{17}{4}\right]$　　D. $\left[1,\frac{17}{4}\right]$

10. 在$[-4,4]$上随机地取一个数m，则事件"直线$x-y+m=0$与圆$(x-1)^2+y^2=2$有公共点"发生的概率为（　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

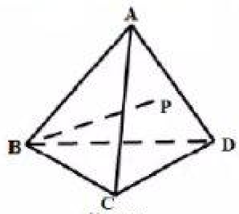
11. 已知P为双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）右支上一点，$A$为其左顶点，$F(4\sqrt{3},0)$为其右焦点，满足$|AF|=|PF|,\angle PFA=60$，则点$F$到$PA$的距离为（　）

A. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{7}{2}$　　C. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{15}{2}$

12. 在三棱锥$A\text{-}BCD$中，$BC=BD=AC=AD=10$，$AB=6$，$CD=16$，点P在平面ACD内，且$BP=\sqrt{30}$，设异面直线BP与CD所成角为α，则$\sin\alpha$的最小值为（　）

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$



第12题

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2-2,x\le 0\\ 2x-6+\ln x,x>0\end{cases}$，则$y=f(x)-x$的零点个数为________.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$(n-1)a_n=na_{n-1}+n(n-1)(n\ge 2)$，则$\{a_n\}$的通项公式为________.

15. 某校开设A类选修课4门，B类选修课3门，一位同学从中选3门. 若要求两类课程中各至少选一门，则不同的选法共有________种.

16. 已知函数$f(x)=\ln(x+1)(x>0)$与$g(x)=2^x-a$的图像上存在关于y轴对称的点，则a的取值范围是______.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：60 分．

17.（12 分）在 ΔABC 中，$AB=3$，$AC=1$，$\angle A=60$ ．

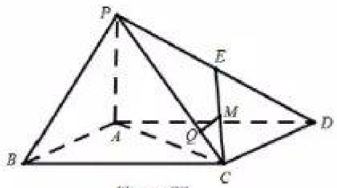
（1）求 $\sin\angle ACB$；

（2）若 D 为 BC 的中点，求 AD 的长度．

18.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 为矩形，E 是 PD 的中点，M 是 EC 的中点，点 Q 在线段 PC 上且 $PQ=3QC$．

（1）证明 $QM//$平面 PAB;

（2）当 $\angle PBA$ 为多大时，在线段 PC 上存在点 F 使得 $EF\perp$ 平面 PAD 且 EF 与平面 PBC 所成角为 45° 同时成立？



第 18 题

19.（12 分）设盒子中装有 6 个红球，4 个白球，2 个黑球，且规定：取出一个红球得 a 分，取出一个白球得 b 分，取出一个黑球得 c 分，其中 a，b，c 都为正整数．

（1）当 $a=1$，$b=2$，$c=3$ 时，从该盒子中依次任取（有放回，且每球取到的机会均等）2 个球，记随机变量 ξ 为取出此 2 球所得分数之和，求 ξ 的分布列；

（2）当 $a=1$ 时，从该盒子中任取（每球取到的机会均等）1 个球，记随机变量 η 为取出此球所得分数．若 $E\eta=\frac{5}{3}$，$D\eta=\frac{5}{9}$，求 b 和 c．

20.（12 分）已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，点 $P(0,1)$ 是椭圆的上顶点，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，过点 $O(0,0)$ 作直线 l 交椭圆于点 A,B 两点（异于点 P）．

（1）求椭圆方程；

（2）设直线 PA 的斜率为 k，线段 PB 的中垂线与 y 轴交于点 E，若点 E 在椭圆的外部，求斜率 k 的取值范围．

21.（12 分）已知函数 $f(x)=ax^2-(2a+1)x+a+1+\ln x$．

（1）当 $a=1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $x\in[1,+\infty)$ 时，$f(x)\geq 0$ 恒成立，求 a 的取值范围．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请写清题号．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），点 $M(-2,-4)$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta-2a\cos\theta=0\ (a>0)$．

（1）当 $a=1$ 时，求曲线 C 的直角坐标方程；

（2）设曲线 C 与直线 l 交于点 A,B，若 $|AB|^2=|MA|\cdot|MB|$，求 a 的值．

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知 $f(x)=|x+2|-|ax-3|$．

（1）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)>2$ 的解集；

（2）当 $0<a\le 3$ 时，若 $x\in(0,2)$，求证：$f(x)>x-1$．