2022—2023 学年度第二学期高一期中考试

数学参考答案及评分意见

1. A 【解析】因为 $A=\left\{x\left|x^2-2x-3<0\right.\right\}=\left\{x\left|-1<x<3\right.\right\}$，所以 $\complement_{\mathrm{R}}A=\left\{x\left|x\le -1\text{或}x\ge 3\right.\right\}$，所以 $\left(\complement_{\mathrm{R}}A\right)\cap B=\left\{-2,-1,4\right\}$．故选 A．

2．B 【解析】因为全称量词命题的否定为存在量词命题，命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2<0$．所以 $\neg p$ 是 $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2\ge 0$．故选 B．

3．D 【解析】对于 A，$z_1=1+2\mathrm{i}$，$\overline{z_1}=1-2\mathrm{i}$，故 A 错误；对于 B，$z_1$ 的虚部是 2，故 B 错误；对于 C，$z_1+z_2=3+\mathrm{i}$ 为虚数，故 C 错误；对于 D，

$z_1\cdot z_2=\left(1+2\mathrm{i}\right)\left(2-\mathrm{i}\right)=2-\mathrm{i}+4\mathrm{i}-2\mathrm{i}^2=4+3\mathrm{i}$，故 D 正确．故选 D．

4．C 【解析】设 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 θ，当 $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|<\left|\overrightarrow{BC}\right|$ 时，$\because \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

$\therefore \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|<\left|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right|$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AC}\right|^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}<\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AC}\right|^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}<0$，即 $\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\cos\theta<0$，所以 $\cos\theta<0$，因为点 A，B，C 不共线，所以 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角；当 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角时，

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\cos\theta<0$，所以

$\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AC}\right|^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}<\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AC}\right|^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$．所以 $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|<\left|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right|$，即 $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|<\left|\overrightarrow{BC}\right|$．所以“$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|<\left|\overrightarrow{BC}\right|$”是“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角”的充分必要条件．故选 C．

5．B 【解析】对于 A，当空间中的三点共线时，过这三点有无数个平面，故 A 错误，对于 B，三棱柱的 3 个侧面将空间分成 7 部分，两个平行的底面又在这个基础上把每部分分成 3 部分，所以三棱柱各面所在的平面将空间分成 $7\times3=21$ 个部分，故 B 正确：对于 C，空间中直线 a、b、c，若 a 与直线 b 异面，b 与 c 异面，则 a 与 c 可能异面，也可能共面，故 C 错误；对于 D．由直线 a 在平面 α 外可知，$a\,/\!/\,\alpha$ 或 a 与 α 相交．若 $a\,/\!/\,\alpha$，则 α 内存在直线与直线 a 平行；若 a 与 α 相交，则 α 内不存在直线与直线 a 平行．故 D 错误．故选 B．

6．B　【解析】由题意可知，函数的周期为$T=4\times(3-1)=8$，$T=\dfrac{2\pi}{2\omega}$，$\omega=\dfrac{\pi}{8}$；函数的图象经过$(1,1)$，所以$1=\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\varphi\right)$，$\dfrac{\pi}{4}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$\varphi=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$．因为$0\le\varphi<2\pi$，所以$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$．故选B．

7．B　【解析】$y=\dfrac{1}{2}(x+2-x)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2-x}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2-x}{x}+\dfrac{x}{2-x}+2\right)$，因为$x\in[1,2)$，所以$2-x>0$，则$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2-x}{x}+\dfrac{x}{2-x}+2\right)\ge\dfrac{1}{2}\left(2\sqrt{\dfrac{2-x}{x}\cdot\dfrac{x}{2-x}}+2\right)=2$，当且仅当$\dfrac{2-x}{x}=\dfrac{x}{2-x}$，即$x=1$时取等号，所以$y$的最小值为2．故选B，

8．B　【解析】在$\triangle ACF$中，$\angle AFC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$，因为$\cos\angle ACF=\dfrac{13}{14}$，所以$\sin\angle ACF=\sqrt{1-\left(\dfrac{13}{14}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$，设$AF=CE=t$（$t>0$），则$CF=2+t$，由正弦定理可知，$\dfrac{AF}{\sin\angle ACF}=\dfrac{AC}{\sin\angle AFC}$，即$\dfrac{t}{\frac{3\sqrt{3}}{14}}=\dfrac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，则$AC=\dfrac{7}{3}t$，在$\triangle ACF$中，

$|AC|^2=|AF|^2+|CF|^2-2|AF||CF|\cos\angle AFC$，$\dfrac{49}{9}t^2=t^2+(2+t)^2-2t(2+t)\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$，

又$t>0$，则$t=3$，故$AC=\dfrac{7}{3}t=7$，所以$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times7\times7\times\sin60^\circ=\dfrac{49\sqrt{3}}{4}$．故选B．

9．ABD　【解析】对于A，正方体一定是四棱柱，但正四棱柱不一定是正方体，故A错误，对于B，根据圆柱母线的定义可知，圆柱的母线和它的轴平行，故B错误；对于C，由正棱锥的定义可知，正棱锥的侧面是全等的等腰三角形，故C正确；对于D，当以斜边为旋转轴时，会得到两个同底的圆锥组合体，故D错误．故选ABD．

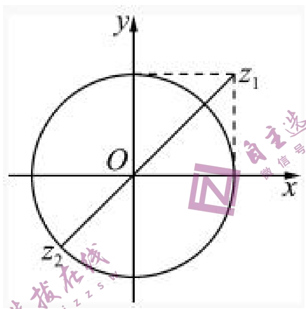
10．ABC　【解析】$\cos\left(-\dfrac{2023\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{2023\pi}{3}=\cos\left(674\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$，对于A，$2\cos15^\circ\cos75^\circ=2\sin15^\circ\cos15^\circ=\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}$，故A符合题意；对于B，$\sin86^\circ\cos56^\circ-\cos86^\circ\sin56^\circ=\sin(86^\circ-56^\circ)=\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}$，故B符合题意；对于C，

$\dfrac{1}{(1+\tan3^\circ)(1+\tan42^\circ)}=\dfrac{1}{1+\tan3^\circ\cdot\tan42^\circ+\tan3^\circ+\tan42^\circ}$

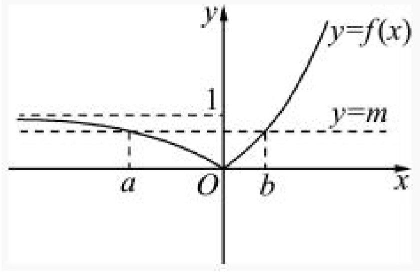
$=\dfrac{1}{1+\tan3°\cdot\tan42°+\tan45°\left(1-\tan3°\cdot\tan42°\right)}=\dfrac{1}{1+\tan45°}=\dfrac{1}{2}$，故 C 符合题意：对于 D，$\cos\dfrac{16\pi}{5}+\cos\dfrac{8\pi}{5}=\cos\left(3\pi+\dfrac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\pi+\dfrac{3\pi}{5}\right)=-\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+\cos\dfrac{3\pi}{5}\right)<0$，故 D 不符合题意．故选 ABC．

11．CD　【解析】选项 A，若 $\vec{b}=\vec{0}$，满足 $\vec{a}\,//\,\vec{b}$，$\vec{b}\,//\,\vec{c}$，但 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 不共线，故 A 错误；选项 B，因为向量 $\vec{a}=(1,2)$，$2\vec{a}+\vec{b}=(3,2)$，所以

$\vec{b}=\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)-2\vec{a}=(3,2)-2(1,2)=(1,-2)$，故 B 错误；选项 C，因为 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$ 且 $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2}\vec{a}$，$\vec{c}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量 $\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{\left|\vec{a}\right|^2}\vec{a}$，所以 $\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2}a=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{\left|\vec{a}\right|^2}\vec{a}$．故 C 正确；选项 D，由题意可得，$z_2$ 对应的点在以原点为圆心，以 1 为半径的圆上，z_1 对应的点为 $(1,1)$，如图所示，则 $\left|z_1-z_2\right|_{\max}=\sqrt{2}+1$，故 D 正确．故选 CD．



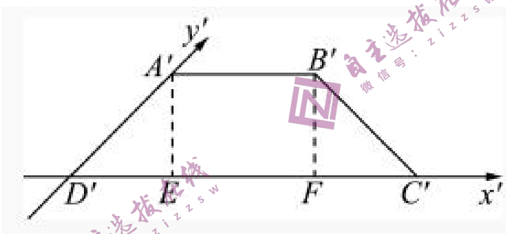
12．BCD　【解析】$f(x)=\left|(\lg2+\lg5)\left(1-2^x\right)\right|=\left|2^x-1\right|=\begin{cases}1-2^x, x<0,\\ 2^x-1, x\geq 0,\end{cases}$ $y=f(x)-m$ 的零点即函数 $y=f(x)$ 与 $y=m$ 图象交点的横坐标，作出图象，



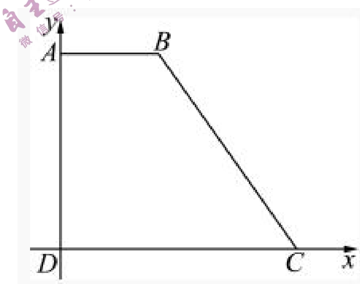
由图象可知，当$0<m<1$时，两个函数图像有 2 个交点，且$f(a)=f(b)$，即$1-2^b=2^b-1$，化简可得$2^a+2^b=2$，由$2^a+2^b=2\geq 2\sqrt{2^a\cdot 2^b}=2\sqrt{2^{a+b}}$，因为$a\neq b$，所以等号取不到，可得$2^{a+b}<1=2^0$，所以$a+b<0$．综上可知，BCD 正确，A 错误．故选 BCD．

13．63　【解析】因为$f\left(\frac{1}{5}\right)=-4$，所以$f\left[f\left(\frac{1}{5}\right)\right]=f(-4)=4\times 16-1=63$．故答案为 63．

14．$2\sqrt{2}+4$　【解析】在直观图中，$A'B'C'D'$是等腰梯形，$A'B'\,//\,C'D'$，且$A'B'=A'D'=B'C'=\sqrt{2}$，如下图所示：



分别过点A'、B'作$A'E\perp C'D'$，$B'F\perp C'D'$，垂足分别为点E、F，由题意可知$\angle A'D'E=\angle B'C'F=45°$，所以，$D'E=A'D'\cos 45°=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$，同理可得$C'F=1$，因为$A'B'\,//\,EF$，$A'E\perp C'D'$，$B'F\perp C'D'$，则四边形$A'B'FE$为矩形，所以，$EF=A'B'=\sqrt{2}$，故$C'D'=C'F+EF+D'E=\sqrt{2}+2$，将直观图还原为原图形如下图所示：



由题意可知，梯形$ABCD$为直角梯形，$AB\,//\,CD$，$AB=\sqrt{2}$，$AD=2\sqrt{2}$，$CD=2+\sqrt{2}$，$AD\perp CD$，因此，梯形$ABCD$的面积为

$$S=\frac{(AB+CD)\cdot AD}{2}=\frac{\left(2+2\sqrt{2}\right)\times 2\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}+4$$．故答案为$2\sqrt{2}+4$．

15. 60 【解析】因为 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 150°. 所以 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos150°=-\dfrac{3}{2}$，

所以 $|2\vec{a}+\vec{b}|^2=\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)^2=4\vec{a}^2+\vec{b}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}=4|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，得 $|2\vec{a}+\vec{b}|=1$，又

$\vec{a}\cdot\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)=2\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，设 $\vec{a}$ 与 $2\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角为 θ，所以 $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)}{|\vec{a}||2\vec{a}+\vec{b}|}=\dfrac{1}{2}$，

又因为 $\theta\in\left[0,180°\right]$，所以 $\theta=60°$． 故答案为 60.

16. 30 【解析】在 Rt$\triangle ABM$ 中，在 $AM=\dfrac{AB}{\sin15°}$，在 $\triangle ACM$ 中，在

$\angle CAM=30°+15\ \ =45°$，$\angle AMC=180°-15°-60°=105°$，

$\angle ACM=180^\circ-105^\circ-45^\circ=30^\circ$，由正弦定理得 $\dfrac{AM}{\sin\angle ACM}=\dfrac{MC}{\sin\angle CAM}$，故

$MC=\dfrac{\sin\angle CAM}{\sin\angle ACM}\cdot AM=\dfrac{\sin45°}{\sin30°}\cdot\dfrac{AB}{\sin15°}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{AB}{\sin15°}$，在 Rt$\triangle CDM$ 中，在

$CD=MC\cdot\sin60°=\sqrt{2}\cdot\dfrac{AB}{\sin15°}\cdot\sin60°$，又

$\sin15°=\sin\left(45°-30°\right)=\sin45°\cos30°-\cos45^\circ\sin30°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

，则 $CD=MC\cdot\sin60°=\sqrt{2}\times\dfrac{15-5\sqrt{3}}{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=30$． 故答案为 30.

17. 解：（1）$\because\ \bar{z}-1=x-1-y\mathrm{i}$ 为纯虚数，$\therefore\ x=1$，

$\because\ |z|=\sqrt{x^2+y^2}=2$ 且 $y>0$，$\therefore\ y=\sqrt{3}$，$z=1+\sqrt{3}\mathrm{i}$，

$\therefore\ \dfrac{\sqrt{3}+2\mathrm{i}}{1+\sqrt{3}\mathrm{i}}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+2i\right)\left(1-\sqrt{3}\mathrm{i}\right)}{\left(1+\sqrt{3}i\right)\left(1-\sqrt{3}\mathrm{i}\right)}=\dfrac{\sqrt{3}-3\mathrm{i}+2\mathrm{i}+2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}-\dfrac{1}{4}\mathrm{i}$.

（2）法一；因为复数 z 是关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$（m，$n\in\mathbf{R}$）的一个根，

所以把 $z=1+\sqrt{3}\mathrm{i}$ 代入：$x^2+mx+n=0$.

得 $\left(1+\sqrt{3}\mathrm{i}\right)^2+m\cdot\left(1+\sqrt{3}\mathrm{i}\right)+n=0$，

化简得：$m+n-2+\left(\sqrt{3}m+2\sqrt{3}\right)\mathrm{i}=0$，

即$\begin{cases} m+n-2=0, \\ \sqrt{3}m+2\sqrt{3}=0, \end{cases}$，解得：$m=-2$，$n=4$.

所以实数m，n的值分别为：$m=-2$，$n=4$.

法二：因为关于x的方程$x^2+mx+n=0$（m，$n\in\mathbf{R}$）的一个根为$z=1+\sqrt{3}\mathrm{i}$，

所以此方程的另一根为：$\overline{z}=1-\sqrt{3}\mathrm{i}$，

则$\begin{cases} z+\overline{z}=-m=2, \\ z\cdot\overline{z}=n=4 \end{cases}$，解得：$m=-2$，$n=4$.

所以实数m，n的做分别为:$m=-2,n=4$.

18．解：（1）在$\triangle ADC$中．由正弦定理得$\dfrac{AC}{\sin\angle ADC}=\dfrac{CD}{\sin\angle A}$.

所以$\sin\angle A=\dfrac{CD\cdot\sin\angle ADC}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{4}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为$\angle A$为钝角，所以$\angle A=\dfrac{2\pi}{3}$，

（2）由（1）得$\angle BCD=\angle ACD=\pi-\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{12}$.

由题设，$\angle B=\angle ACB=\dfrac{\pi}{6}$，即$\triangle ABC$为等腰三角形.

所以$BC=2\times AC\times\cos\dfrac{\pi}{6}=\sqrt{6}$.

$$\sin\angle BCD=\sin\frac{\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},$$

所以$\triangle BCD$的面积为

$$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot CD\cdot\sin\angle BCD=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\frac{3\left(\sqrt{3}-1\right)}{4}.$$

19．解：（1）$f\left(x\right)=\sin\omega x\cdot\cos\varphi-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\omega x\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\varphi\right)$

$=\sin\omega x\cdot\cos\varphi+\cos\omega x\cdot\sin\varphi=\sin\left(\omega x+\varphi\right)$.

因为$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$，所以$\omega=2$.

因为$f\left(x\right)$的一个对称中心为$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$．所以$2\times\dfrac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi$（$k\in\mathbf{Z}$）.

解得 $\varphi=-\dfrac{5\pi}{6}+k\pi$ （$k\in\mathbf{Z}$）.

因为 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，所以 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

（2）$g\left(x\right)=f\left(x\right)-2\sin^2x=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)-\left(1-\cos2x\right)$

$=\sin2x\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos2x\sin\dfrac{\pi}{6}+\cos2x-1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin2x+\dfrac{3}{2}\cos2x-1$

$=\sqrt{3}\left(\dfrac{1}{2}\sin2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos2x\right)-1=\sqrt{3}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-1$.

因为 $y=\sin x$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right]$ （$k\in\mathbf{Z}$）上单调递增.

由 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ （$k\in\mathbf{Z}$）.

解得 $-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\dfrac{\pi}{12}+k\pi$ （$k\in\mathbf{Z}$）.

所以 $g\left(x\right)$ 的单调增区间为 $\left[-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi,\dfrac{\pi}{12}+k\pi\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）.

20．解：（1）由条件可知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 4，

所以底面积为 $6\times\dfrac{1}{2}\times4^2\sin\dfrac{\pi}{3}=24\sqrt{3}$.

该正六棱锥的体积为 $\dfrac{1}{3}\times24\sqrt{3}\times8=64\sqrt{3}$.

正六棱锥的侧棱长为 $\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

侧面等腰三角形的高为：$\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2-2^2}=2\sqrt{19}$，

一个等腰三角形的面积为：$\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{19}=4\sqrt{19}$，

故该正六棱锥的侧面积为 $6\times4\sqrt{19}=24\sqrt{19}$.

（2）球心 M 一定在直线 SO 上，设球 M 的半径为 R，则 $R=MS=MB$.

又 $MB^2=OM^2+OB^2$，所以 $R^2=\left(8-R\right)^2+4^2$，解得 $R=5$.

所以球 M 的表面积为：$4\pi R^2=100\pi$，

球 M 的体积为：$\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{500}{3}\pi$.

21．解：（1）$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{n}-\vec{m}$，由题意得 $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{4}\left(\vec{n}-\vec{m}\right)$，

所以 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\vec{m}+\frac{1}{4}\left(\vec{n}-\vec{m}\right)=\frac{3}{4}\vec{m}+\frac{1}{4}\vec{n}$.

（2）由题意，$\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AN}=-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\vec{m}-\vec{n}$.

$\because \left|\vec{n}\right|=2\left|\vec{m}\right|$，$\cos\theta=\frac{1}{4}$，$\therefore \vec{m}\cdot\vec{n}=\left|\vec{m}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|\cdot\cos\theta=\frac{1}{2}\left|\vec{m}\right|^2$.

$\therefore \overrightarrow{CN}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2}\vec{m}-\vec{n}\right)\cdot\vec{m}=\frac{1}{2}\vec{m}^2-\vec{n}\cdot\vec{m}=\frac{1}{2}\left|\vec{m}\right|^2-\frac{1}{2}\left|\vec{m}\right|^2=0$，

$\therefore \overrightarrow{CN}\perp\overrightarrow{AB}$.

22．解：（1）$\because g\left(x\right)$为偶函数，$\therefore g\left(-x\right)=g\left(x\right)$恒成立，

$\therefore 2^x-t\cdot 2^{-x}=2^{-x}-t\cdot 2^x$恒成立，即$\left(1+t\right)\left(2^x-2^{-x}\right)=0$，$\therefore t=-1$.

$\therefore g\left(x\right)=2^{-x}+2^x$.

设 x_1，$x_2\in\left[0,+\infty\right)$且 $x_1<x_2$，

则 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\left(2^{-x_1}+2^{x_1}\right)-\left(2^{-x_2}+2^{x_2}\right)=2^{-x_1}-2^{-x_2}+2^{x_1}-2^{x_2}$

$=\frac{1}{2^{x_1}}-\frac{1}{2^{x_2}}+2^{x_1}-2^{x_2}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}+2^{x_1}-2^{x_2}=\left(2^{x_1}-2^{x_2}\right)\left(1-\frac{1}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}\right)$.

因为$0\le x_1<x_2$，所以$1\le 2^{x_1}<2^{x_2}$，$0<\frac{1}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}<1$，

所以$2^{x_1}-2^{x_2}<0$，$1-\frac{1}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}>0$，$\left(2^{x_1}-2^{x_2}\right)\left(1-\frac{1}{2^{x_1}\cdot 2^{x_2}}\right)<0$，

所以$g\left(x\right)$在$\left[0,+\infty\right)$是单调增函数.

（2）$g\left(x\right)+\log_2 2a=2^{-x}+2^x+\log_2 2a\ge 2\sqrt{\frac{1}{2^x}\cdot 2^x}+\log_7 2a=2+\log_2 2a$.

当且仅当$\frac{1}{2^x}=2^x$即$x=0$时等号成立，$\therefore\left[g\left(x\right)+\log_2 2a\right]_{\min}=2+\log_2 2a$，

由题意可得：$\forall x\in\left[0,+\infty\right)$，$f\left(x\right)+2\le 2+\log_2 2a$恒成立.

即$\forall x\in\left[0,+\infty\right)$，$\log_2\left[\left(2-a\right)2^x+1\right]-x+2\le 2+\log_2 2a$恒成立，

由$\log_2 2a>0$有意义，得$a>0$，

由 $\log_2\left[(2-a)2^x+1\right]$ 存意义，得 $(2-a)2^x+1>0$ 在 $[0,+\infty)$ 恒成立.

即 $a<2+\dfrac{1}{2^x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒成立

设 $h(x)=2+\dfrac{1}{2^x}$，易知 $h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的值域为 $(2,3]$，故 $a\le 2$，所以 $0<a\le 2$.

又 $\forall x\in[0,+\infty)$， $\log_2\left[(2-a)2^x+1\right]-x+2\le 2+\log_2 2a$ 恒成立，

即 $\forall x\in[0,+\infty)$， $\log_2\left[(2-a)2^x+1\right]\le \log_2\left(2a\cdot 2^x\right)$ 恒成立.

即 $(2-a)2^x+1\le 2a\cdot 2^x$ 恒成立，即 $a\ge \dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3\times 2^x}$ 恒成立，

$\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3\times 2^x}\right)_{\max}=\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3\times 2^0}\right)=1$，$\therefore a\ge 1$.

综上，实数 a 的取值范围为 $[1,2]$.