2023年普通高等学校全国统一模拟招生考试
新未来3月联考·文科数学
参考答案、提示及评分细则

1.【答案】D

【解析】由不等式$\log_2(x+2)\leqslant 1$解得$A=\{x|-2<x\leqslant 0\}$，$\therefore \complement_U A=\{x|x\leqslant -2$或$x>0\}$，

由不等式$\frac{1}{x}<1$解得$B=\{x|x<0$或$x>1\}$，$\therefore (\complement_U A)\cup B=\{x|x\neq 0\}$，故选D.

2.【答案】B

【解析】对于①，"智能手机"业务板块净利润占比67.3%，占大部分，故①正确；

对于②，因营业收入和净利润总量不相等，"互联网服务"业务板块数额也不相等，故②错误；

对于③，"其他"业务板块净利润占比为负数，是亏损，故③正确；

选项④，"其他"业务板块数据剔除后，总的净利润变多，而"IoT与生活消费产品"业务板块净利润数额不变，占比变小，故④错误. 故选B.

3.【答案】D

【解析】若$(a+2b)\perp(2a-b)$，则$(a+2b)\cdot(2a-b)=0$，又因为$a+2b=(2x+1,4)$，$2a-b=(2-x,3)$，

即$(2x+1)(2-x)+12=0$，得$x=-2$或$\frac{7}{2}$，故选D.

4.【答案】C

【解析】由频率分布直方图得$1000a=1-(0.00005\times2+0.0001\times2+0.00012+0.00015+0.00025)\times1000$，解得$a=0.00018$，故A错误；

该病人在医院住院消费了4300元，报销金额为$(4300-400)\times65\%=2535$元，所以此人实际花费为$4300-2535=1765$元，故B错误；

样本中可报销80%的占比为0.15，所以该医院可报销为80%的概率为$\frac{3}{20}$，故C正确；

样本中消费费用小于4000的直方图的面积为$(0.00005+0.0001+0.00012+0.00018)\times1000=0.45$，所以中位数在[4000,5000)内，所以消费费用的中位数的估计值为$4000+\frac{0.5-0.45}{0.00025}=4200$元，故D错误. 故选C.

5.【答案】B

【解析】因为$\frac{2}{7}\pi=\frac{8}{28}\pi>\frac{7}{28}\pi=\frac{\pi}{4}$，则$\tan\frac{2}{7}\pi>\tan\frac{\pi}{4}=1$，又因为$\sin\frac{2}{7}\pi\in(0,1)$，$\cos 1\in(0,1)$，则$a$最大，

$\sin\frac{2}{7}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{7}\pi\right)=\cos\frac{3}{14}\pi>\cos 1$，则$a>b>c$. 故选B.

6.【答案】B

【解析】i和S的每一次循环后的值分别为1,20;2,18;4,14;8,6，即输出的结果为6. 故选B.

7.【答案】B

【解析】设M,N分别是棱A_1B_1，A_1D_1的中点，则α截正方体所得截面即为$\triangle AMN$.

这是一个腰为$\sqrt{5}$，底为$\sqrt{2}$的等腰三角形，故其面积为$\frac{3}{2}$. 故选B.

8.【答案】A

【解析】由$\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{3}{5}\Rightarrow\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{3}{5}$，

则$\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-1=-\frac{7}{25}$. 故选A.

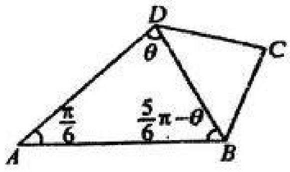
9.【答案】D

【解析】令$n=1\Rightarrow a_1=2$，由题意可得$S_{n+1}-2=2(a_{n+1}-2^{n+1})$，与原式作差可得$a_{n+1}=2a_n+2^{n+1}$，变形可得$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}=\frac{a_n}{2^n}+1$，所以数列$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$是首项为1，公差为1的等差数列，所以$\frac{a_n}{2^n}=n\Rightarrow a_n=n\cdot 2^n$，所以$a_5=160$. 故选D.

10.【答案】A

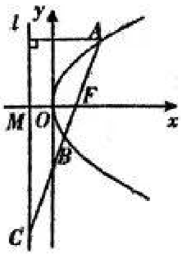
【解析】$a^2+b^2+1=2a+2b$，$(a-1)^2+(b-1)^2=1$，则 (a,b) 在以 $(1,1)$ 为圆心，1 为半径的圆上，$(a-4)^2+(b-5)^2$ 的最小值为 $\left(\sqrt{(1-4)^2+(1-5)^2}-1\right)^2=16$. 故选 A.

11.【答案】B



【解析】设 $\angle ADB=\theta$，在 $\triangle ABD$ 中，由正弦定理可得 $\frac{BD}{\sin\angle BAD}=\frac{AB}{\sin\theta}\Rightarrow AB=6\sin\theta$，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\pi-\theta$，由余弦定理可得 $AC^2=BC^2+AB^2-2AB\cdot BC\cos\angle ABC=3+36\sin^2\theta-12\sqrt{3}\sin\theta\cos(\pi-\theta)=12\sqrt{3}\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{3}\right)+21$，所以当 $\theta=\frac{5}{12}\pi$ 时，AC^2 取得最大值为 $12\sqrt{3}+21$. 故选 B.

12.【答案】C



【解析】设准线 l 与 x 轴交于点 M，过 A 作 $AD\perp l$，垂足为 D，由抛物线定义知，$|AD|=|AF|=3$，由 $|AF|=\frac{1}{2}|CF|$，得 $|CF|=6$，由 $\frac{p}{|AD|}=\frac{|CF|}{|AC|}$，得 $p=2$，$\therefore$ 抛物线方程为 $y^2=4x$. 设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $|AF|=x_1+\frac{p}{2}=x_1+1=3$，$\therefore x_1=2$. 又 $x_1x_2=\frac{p^2}{4}=1$，$\therefore x_2=\frac{1}{2}$，$\therefore |AB|=x_1+x_2+p=2+\frac{1}{2}+2=\frac{9}{2}$. 故选 C.

13.【答案】2

【解析】$z=\frac{1+2i}{a-i}=\frac{(1+2i)(a+i)}{a^2+1}=\frac{a-2+(2a+1)i}{a^2+1}$ 为纯虚数，则 $a=2$.

14.【答案】$\sqrt{3}$

【解析】因为 $2a^2$，b^2+ac，$2c^2$ 成等差数列，

所以 $a^2+c^2=b^2+ac$，即 $a^2+c^2-b^2=2ac\cos B=ac$，

即 $\cos B=\frac{1}{2}$，因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$，所以 $\tan B=\sqrt{3}$.

15.【答案】$\sqrt{6}$

【解析】由题意得 $2a=2\sqrt{3}$，因为离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$，所以 $c=3$，则 $b^2=c^2-a^2=9-3=6$，即 $b=\sqrt{6}$，F_2 到渐近线的距离为 $b=\sqrt{6}$.

16.【答案】$\left\{1,\frac{e}{2}\right\}$

【解析】因为 $x\ln x-2|x-a|=0$，所以 $x\ln x=2|x-a|$，

因为 $(x\ln x)'=\ln x+1$，令 $\ln x+1=2$，解得 $x=e$，

即若曲线 $y=2|x-a|$ 与曲线 $y=x\ln x$ 相切，则切点为 (e,e).

作出两者图象(图略)，可得 a 的取值集合为 $\left\{1,\frac{e}{2}\right\}$.

17.【答案】(1) $\hat{y}=4.5x+3.7$ (2) 预测该学年结束后，会员人数不能突破 31 人

【解析】(1) 由已知可得 $\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$， ………… 2 分

$\bar{y}=\frac{9+12+17+21+27}{5}=17.2$， ………… 4 分

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\frac{303-5\times3\times17.2}{55-5\times3^2}=4.5$， ………… 8 分

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=17.2-4.5\times3=3.7$，所以 $\hat{y}=4.5x+3.7$； ………… 10 分

(2) 当 $x=6$ 时，$y=4.5\times6+3.7=30.7<31$，所以预测该学年结束后，会员人数不能突破 31 人. …… 12 分

18.【答案】(1) $a_n=2^{n(n+1)}$ (2) $b_n=2n$

【解析】(1) 已知 $a_{n+1}^{n}=a_n^{n+2}$ ($a_n>0$ 且 $a_n\neq1$)，设 $x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，

即 $n\log_x a_{n+1}=(n+2)\log_x a_n$，

所以$\frac{\log_x a_{n+1}}{\log_x a_n}=\frac{n+2}{n}$, …………………………………………………………………… 2分

当 $n>1$ 时, $\frac{\log_x a_n}{\log_x a_{n-1}}\cdot\frac{\log_x a_{n-1}}{\log_x a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{\log_x a_3}{\log_x a_2}\cdot\frac{\log_x a_2}{\log_x a_1}=\frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{n}{n-2}\cdot\frac{n-1}{n-3}\cdot\cdots\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{3}{1}$.

即$\frac{\log_x a_n}{\log_x a_1}=\log_4 a_n=\frac{n(n+1)}{2}$,所以 $a_n=2^{n(n+1)}$. …………………………………………… 4分

当 $n=1$ 时, $a_n=4$ 符合上式,

所以 $a_n=2^{n(n+1)}$; …………………………………………………………………………………… 6分

(2) $S_n=\log_2 2^{n(n+1)}=n^2+n$, ……………………………………………………………………… 8分

当 $n=1$ 时, $b_1=S_1=2$,

当 $n\geqslant 2$ 时, $b_n=S_n-S_{n-1}=n^2+n-(n-1)^2-(n-1)=2n$,

则 $b_n=2n$. …………………………………………………………………………………………… 12分

19.【答案】(1)略 (2)$\frac{2\sqrt{21}}{7}$

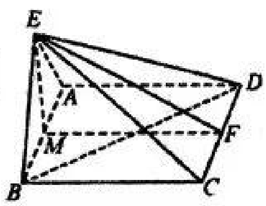
【解析】(1)证明:取 AB 中点 M,连接 EM,MF,

$\because\triangle ABE$ 为等边三角形, $\therefore EM\perp AB$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形, $\therefore AD\perp AB$, $\therefore AB\perp MF$,

又 $ME\cap MF=M$, $ME,MF\subset$ 平面 MEF. ………………………………… 4分

$\therefore AB\perp$ 平面 MEF, $\therefore AB\perp EF$; ………………………………………… 6分



(2)连接 BD.

由$\begin{cases}\text{平面 } ABE\perp\text{平面 } ABCD,\\ \text{平面 } ABE\cap\text{平面 } ABCD=AB,\\ EM\subset\text{面 } ABE,\\ EM\perp AB\end{cases}\Rightarrow EM\perp$ 平面 $ABCD$, ………………………… 8分

$V_{E\text{-}BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot EM=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

$EF=\sqrt{EM^2+MF^2}=\sqrt{3+4}=\sqrt{7}$, $S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\cdot EF=\sqrt{7}$,

设 B 到平面 CDE 的距离为 h, $V_{B\text{-}CDE}=V_{E\text{-}BCD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,即$\frac{1}{3}S_{\triangle CDE}\cdot h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 10分

解得 $h=\frac{2\sqrt{21}}{7}$. ……………………………………………………………………………… 12分

20.【答案】(1)$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ (2)$\pm\sqrt{2}$

【解析】(1)由题意知右焦点 $F_1(\sqrt{3},0)$, $\therefore c=\sqrt{3}$. $\because e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $a=2,b=1$. ………………………… 2分

$\therefore$ 椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$; ……………………………………………………………… 3分

(2)设$\triangle F_2AB$ 的内切圆半径为 r, $\because\triangle F_2AB$ 的周长为 8, $S_{\triangle F_2AB}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot r=4r$, $\therefore r=\frac{1}{4}S_{\triangle F_2AB}$.

$\therefore\triangle F_2AB$ 的面积最大时,其内切圆半径最大. …………………………………………………… 5分

设 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$,

联立$\begin{cases}x=ky+\sqrt{3},\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$得$(k^2+4)y^2+2\sqrt{3}ky-1=0$, $\therefore y_1+y_2=\frac{-2\sqrt{3}k}{k^2+4}$, $y_1y_2=\frac{-1}{k^2+4}$. ………………… 7分

$\therefore S_{\triangle F_2AB}=\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot|y_1-y_2|=\sqrt{3}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{4\sqrt{3}\sqrt{k^2+1}}{k^2+4}$. …………………………… 9分

令 $t=\sqrt{k^2+1}$,则 $k^2=t^2-1$.

$\therefore S_{\triangle F_2AB}=\frac{4\sqrt{3}t}{t^2+3}=\frac{4\sqrt{3}}{t+\frac{3}{t}}\leqslant\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=2$.

当且仅当 $t=\frac{3}{t}$，即 $t=\sqrt{3}$ 时等号成立，此时 $k=\pm\sqrt{2}$. …………………………………………………… 12 分

21.【答案】(1)1 (2)交点个数为 2

【解析】(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=m(1+\ln x)$.

故 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 上单调递减，$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上单调递增，$f(x)\geqslant f\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{m}{e}$. ………………………… 2 分

又因为对任意 $x>0$，$f(x)\geqslant-\frac{1}{e}$，所以 $-\frac{m}{e}\geqslant-\frac{1}{e}$，解得 $m\leqslant1$. ……………………………………… 3 分

另一方面，$f(x)\leqslant x^2-x$ 等价于 $m\ln x-x+1\leqslant0$.

设函数 $g(x)=m\ln x-x+1$，$g'(x)=\frac{m}{x}-1=\frac{m-x}{x}$.

所以 $g(x)$ 在 $(0,m)$ 上单调递增，$(m,+\infty)$ 上单调递减，$g(x)\leqslant g(m)=m\ln m-m+1$. ………………… 5 分

又因为对任意 $x>0$，$g(x)\leqslant0$，所以 $m\ln m-m+1\leqslant0$，即 $\ln m+\frac{1}{m}\leqslant1$.

设 $h(m)=\ln m+\frac{1}{m}$，$h'(m)=\frac{m-1}{m^2}$，当 $m\leqslant1$ 时，$h'(m)\leqslant0$，故 $h(m)\geqslant h(1)=1$.

所以只能有 $m=1$，即 m 的值为 1.

综上，m 的值为 1； …………………………………………………………………………………… 7 分

(2) 直线 $y=ax+b$ 和曲线 $y=f(x)$ 的交点数等于方程 $f(x)-ax-b=0$ 的实根数.

即 $x\ln x-ax-b=0$，则 $\ln x-a-\frac{b}{x}=0$.

设函数 $F(x)=\ln x-a-\frac{b}{x}$，$F'(x)=\frac{x+b}{x^2}$，

因为 $b<0$，所以 $F(x)$ 在 $(0,-b)$ 上单调递减，$(-b,+\infty)$ 上单调递增. ………………………………… 9 分

$F(-b)=\ln(-b)-a+1<-3+2+1=0$，$F(1)=-a-b>0$，$F(b^2)=\ln b^2-a-\frac{1}{b}>-\frac{1}{\sqrt{b^2}}+0-\frac{1}{b}=0$，

所以 $F(x)$ 在 $(b^2,-b)$ 和 $(-b,1)$ 内各有一个零点，故共有两个零点.

即直线 $y=ax+b$ 和曲线 $y=f(x)$ 的交点个数为 2. ………………………………………………… 12 分

22.【答案】(1) $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ (2) $\left[\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{10}}{2},\frac{4\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}\right]$

【解析】(1) 由 $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ 可得 M 的普通方程为 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$； ……………………………… 4 分

(2) 直线 l 可化简为 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=4$，将 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入直线 l 可得 $x+y-4=0$，………………… 6 分

设 $D(\cos\theta,2\sin\theta)$，

则 $d=\frac{|\cos\theta+2\sin\theta-4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|\sqrt{5}\cos(\theta+\phi)-4|}{\sqrt{2}}$ ………………………………………………… 8 分

$\therefore d\in\left[\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{10}}{2},\frac{4\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}\right]$. ……………………………………………………………… 10 分

23.【答案】(1)略 (2)略

【解析】(1) 证明：由柯西不等式可得 $\left(a^2+\frac{b^2}{4}+\frac{c^2}{9}\right)(1^2+2^2+3^2)\geqslant(a+b+c)^2=16$，

当且仅当 $a=\frac{b}{4}=\frac{c}{9}=\frac{2}{7}$ 时取等号.

即 $a^2+\frac{b^2}{4}+\frac{c^2}{9}\geqslant\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$，则原式成立； ……………………………………………… 4 分

(2) 证明：$\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{1}{8}(a+c+a+b+b+c)\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}\right)$ ……………………… 6 分

$=\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\left(\frac{b+c}{a+b}+\frac{a+b}{b+c}+\frac{b+c}{c+a}+\frac{c+a}{b+c}+\frac{a+b}{c+a}+\frac{a+c}{a+b}\right)$ ………………………………… 8 分

$\geqslant\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\left(2\sqrt{\frac{b+c}{a+b}\cdot\frac{a+b}{b+c}}+2\sqrt{\frac{b+c}{c+a}\cdot\frac{c+a}{b+c}}+2\sqrt{\frac{a+b}{c+a}\cdot\frac{c+a}{a+b}}\right)=\frac{9}{8}$. ………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。