



长春外国语学校 2022-2023 学年第二学期期末考试高二年级

数学试卷

出题人：杨柳 审题人：尹璐

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页。考试结束后，将答题卡交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 6x + 5 < 0\}$ ， $N = \{x | \log_2 x < 2\}$ ，则 $M \cap N =$
A. $(0, 5)$ B. $[0, 5]$ C. $(1, 4)$ D. $[2, 3]$
2. 社会劳动实践期间，4 名男生和 2 名女生参加农场体验活动，体验活动结束后，6 名同学站成一排合影留念，若 2 名女生相邻，则不同的站法有
A. 240 种 B. 192 种 C. 144 种 D. 48 种
3. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数满足 $f(x+3) = -f(x)$ ，当 $x \in (0, 1]$ 时， $f(x) = 2^x + \ln x$ ，则 $f'(2024) =$
A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$
4. 已知 $a = \ln 10$ ， $b = \sqrt{e}$ ， $c = 2$ ，则
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

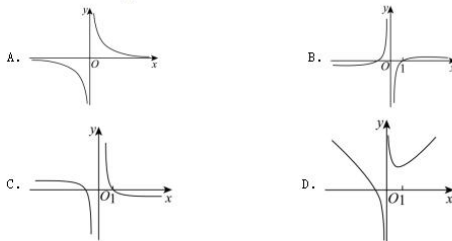
5. 函数 $f(x) = x^{a-2}$ 与 $g(x) = (\frac{1}{a})^{x-1}$ 在 $(0, +\infty)$ 均单调递减的一个充要条件是

- A. $a \in (0, 2)$ B. $a \in [0, 1)$ C. $a \in [1, 2)$ D. $a \in (1, 2]$

6. 在数字通信中，信号是由数字 0 和 1 组成的序列。由于随机因素的干扰，发送的信号 0 或 1 可能被错误的接收为 1 或 0。已知发送信号 0 时，接收为 0 和 1 的概率分别为 0.9 和 0.1；发送信号为 1 时，接收为 1 和 0 的概率分别为 p 和 $1-p$ 。假设发送信号 0 和 1 是等可能的。已知接收到 1 的概率为 0.475，则 p 的值为

- A. 0.8 B. 0.85 C. 0.9 D. 0.95

7. 函数 $f(x) = \frac{x^3 - x^{-1}}{|x|}$ 的图象大致为



8. 用模型 $y = ae^{bx}$ 拟合一组数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 5)$ ，其中 $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 6$ 。设 $z = \ln y$ ，变换后的线性回归方程为 $z = x + 2$ ，则 $y_1 y_2 \dots y_5 =$

- A. e^{16} B. $\frac{16}{5}$ C. 16 D. $e^{\frac{16}{5}}$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，至少有两项是符合题目要求的。选对得 5 分，少选得 2 分，多选或错选得 0 分。

9. 对两组线性相关成对数据进行回归分析，得到不同的统计结果，第一组和第二组成对数据的样本相关系数，残差平方和，决定系数分别为 r_1, S_1^2, R_1^2 和 r_2, S_2^2, R_2^2 ，则

第 1 页 共 8 页

◎

第 2 页 共 8 页



- A. 若 $r_1 > r_2$, 则第一组成对数据的线性相关关系比第二组的强
B. 若 $r_1^2 > r_2^2$, 则第一组成对数据的线性相关关系比第二组的强
C. 若 $S_1^2 < S_2^2$, 则第二组成对数据的经验回归模型拟合效果比第一组的好
D. 若 $R_1^2 < R_2^2$, 则第二组成对数据的经验回归模型拟合效果比第一组的好

10. 下列说法正确的有

- A. 实数 $x > y > 0$ 是 $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ 成立的充分不必要条件
B. 已知 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则 $f(x-2)$ 的定义域为 $[-2, 0]$

C. $\forall x \in \left(0, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \log_3 x$

D. 函数 $y = \frac{1-2x}{x-1}$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内是减函数

11. 某市场供应多种品牌的 N95 口罩, 相应的市场占有率和优质率的信息如下表:

品牌	甲	乙	其他
市场占有率	50%	30%	20%
优质率	80%	90%	70%

在该市场中随机买一种品牌的 N95 口罩, 记 A_1, A_2, A_3 表示买到的口罩分别为甲品牌、乙品牌、其他品牌, 记 B 表示买到的口罩是优质品, 则

- A. $P(A_1 + A_2) = 0.5$
B. $P(BA_1) = 0.8$
C. $P(B) = 0.81$
D. $P(A_1 | B) = 0.3$

12. 已知 $3^{-a} \leq 1$, 则下列不等式成立的有

- A. $a \leq b$
B. $ac^2 \leq bc^2$
C. $a^2 \geq b^2$
D. $a|a| \geq b|b|$

第 II 卷

三. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $\left(x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中, 含 x 项的系数是_____.

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < 0 \\ a^x, & x \geq 0 \end{cases}$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 且 $f(2) = 9$, $f(-1) = f(1)$, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.

15. 已知 a, b 为正实数, 函数 $f(x) = ax - \frac{b}{x}$ 在 $P(1, f(1))$ 处的切线斜率为 2, 则 $\frac{1}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为_____.

16. 若 a, b 是从集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中随机选取的两个不同的数, 则使得函数 $f(x) = x^{3a} + x^{2b}$ 是偶函数的概率为_____.

四. 解答题

17. (1) 已知 $\log_2 [\log_2 (\log_2 x)] = 1$, 求实数 x 的值

(2) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 9.6^0 - \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$

18. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 4^x - 2^{x+1}$.

(1) 求 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的解析式;

(2) 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集.

19. 已知函数 $f(x) = (a-1)\ln x + x + \frac{a}{x}$, $g(x) = \frac{a}{x}$ (其中 $a \in \mathbf{R}$).

(1) 若 $a = 2$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若对于任意 $x \in \left[\frac{1}{2}, e\right]$, 都有 $f(x) > g(x)$ 成立, 求 a 的取值范围.

第 3 页 共 8 页

◎

第 4 页 共 8 页

20. 随着全国新能源汽车推广力度的加大, 尤其是在全国实现“双碳”目标的大背景下, 新能源汽车消费迎来了前所未有的新机遇. 为了更好了解大众对新能源汽车的接受程度, 某城市汽车行业协会依据年龄采用按比例分层随机抽样的方式抽取了 200 名市民, 并对他们选择新能源汽车, 还是选择传统汽车进行意向调查, 得到了以下统计数据:

	选择新能源汽车	选择传统汽车	合计
40 岁以下		35	
40 岁以上 (包含 40 岁)	40		100
合计			200

- (1) 完成 2×2 列联表, 并判断依据 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验, 能否认为选择新能源汽车与年龄有关;
(2) 若从全市 40 岁以上 (包含 40 岁) 购买汽车的人按照是否选择新能源用分层抽样的方式抽取 5 人参加幸运抽奖活动, 再从 5 个人中抽出两名幸运奖, X 表示得到幸运奖的是“选择新能源汽车”的人数, 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.

$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n=a+b+c+d.$$

α	0.100	0.050	0.010	0.001
χ_{α}^2	2.706	3.841	6.635	10.828

21. 小张准备在某商场租一间商铺开餐厅, 为了了解市场行情, 在该商场调查了 20 家餐厅, 统计得到了它们的面积 x (单位: m^2) 和日均客流量 y (单位: 百人) 的数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 20)$, 并计算得

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 2400, \sum_{i=1}^{20} y_i = 210, \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 42000, \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 6300.$$

- (1) 求 y 关于 x 的回归直线方程;
(2) 已知服装店每天的经济效益 $W = m\sqrt{y} + kx (k > 0, m > 0)$, 该商场现有 $80 \sim 150 \text{m}^2$ 的商铺出租, 根据 (1) 的结果进行预测, 要使单位面积的经济效益 Z 最高, 小张应该租多大面积的商铺?

$$\text{附: 回归直线 } \hat{y} = \hat{b}x + \hat{a} \text{ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

22. 为了提高学生的法律意识, 某校组织全校学生参与答题闯关活动, 共两关. 现随机抽取 100 人, 对第一关答题情况进行调查.

分数	[0, 20)	[20, 40)	[40, 60)	[60, 80)	[80, 100]
人数	10	15	45	20	10

- (1) 求样本中学生分数的平均数 $\bar{x}$ (每组数据取区间的中点值);
(2) 假设分数 Z 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 近似为样本的平均数 $\bar{x}$ (每组数据取区间的中点值), σ^2 近似为样本方差 $s^2 \approx 21^2$, 若该校有 4000 名学生参与答题活动, 试估计分数在 $(30, 72)$ 内的学生数 (结果四舍五入);
(3) 学校规定: 分数在 $[60, 100]$ 内的为闯关成功, 并对第一关闯关成功的学生记德育学分 5 分; 只有第一关成功才能闯第二关, 第二关闯关不成功的学生德育学分只记第一关学分; 对两关均闯关成功的学生记德育学分 10 分. 在闯过第一关的同学中, 每位同学第二关闯关成功的概率均为 $\frac{3}{4}$, 同学之间第二关闯关是相互独立的. 从第一关闯关成功的学生中随机抽取 2 人, 记 2 人本次活动总分为随机变量 X , 求 X 的分布列与数学期望.

(参考数据: 若随机变量 $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则

$$P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) = 0.6826, P(\mu - 2\sigma < Z < \mu + 2\sigma) = 0.9544, P(\mu - 3\sigma < Z < \mu + 3\sigma) = 0.9974)$$

第 5 页 共 8 页

◎

第 6 页 共 8 页

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

