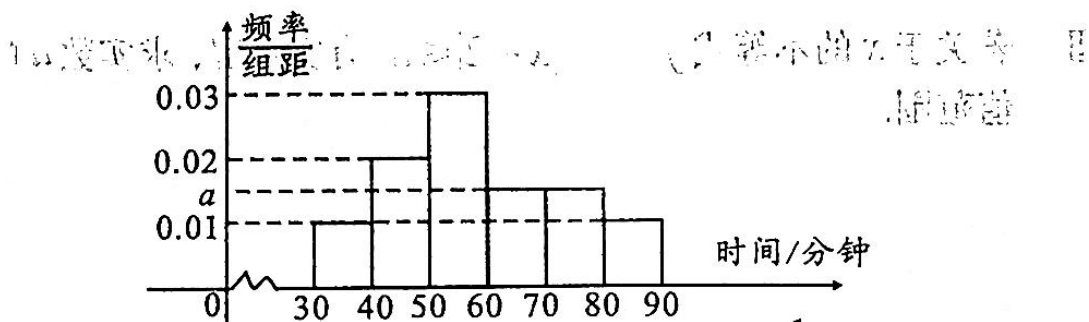


本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。

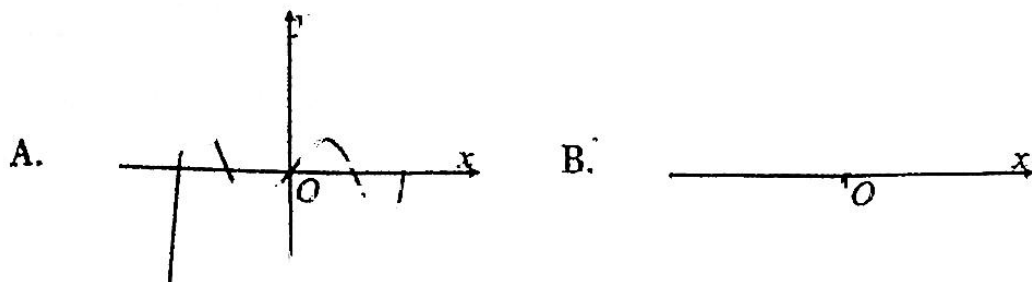
### 第I卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

- 若集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid \log_2 x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid y = \sqrt{x-3}\}$ , 则  $A \cap B$  的元素个数为 ( )  
A. 3      B. 4      C. 5      D. 6
- 已知  $z \cdot i = 3 + i$ , 则复数  $z$  在复平面内对应的点位于 ( )  
A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限
- 为了解“双减”政策实施后学生每天的体育活动时间, 研究人员随机调查了该地区 10000 名学生每天进行体育运动的时间, 将所得数据统计如下图所示, 则可以估计该地区学生每天体育活动时间的平均数约为 ( )  
A. 55 分钟    B. 56.5 分钟    C. 57.5 分钟    D. 58.5 分钟



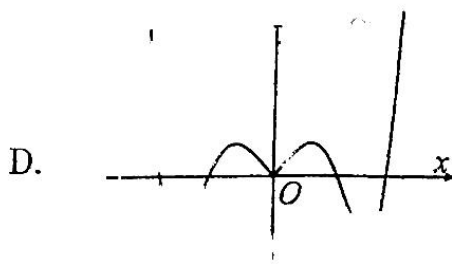
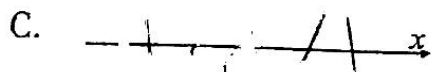
- 已知向量  $a = (1, -2)$ ,  $b = (1, \lambda)$ , 则 “ $\lambda < \frac{1}{2}$ ” 是 “ $a$  与  $b$  的夹角为锐角” 的 ( )  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
- 函数  $f(x) = xe^{|x|} - 2x^3$  在  $\mathbf{R}$  上的图象大致为 ( )



两部分。满分150分，考试时间120分钟。请在答题卡上作答。

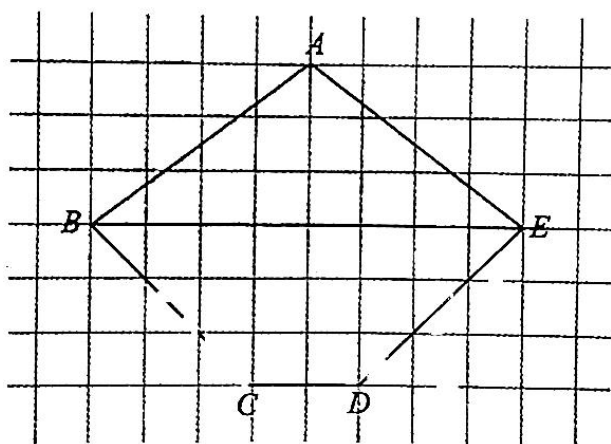
给

B



6. 下图中小正方形的边长为1，粗线画出的是某平面多边形，现将该图形绕  $BE$  的垂直平分线旋转  $180^\circ$ ，则所得几何体的体积为 ( )

(注：圆台的体积  $V = \frac{1}{3}\pi h(r'^2 + r'r + r^2)$ ，其中  $r', r$  分别是上、下底面半径， $h$  是高)



员  
所  
时

夹

- A.  $35\pi$       B.  $36\pi$       C.  $37\pi$       D.  $39\pi$

7. 将函数  $f(x) = 4\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度后得到函数  $g(x)$  的图象，再将函数  $g(x)$  的图象横坐标伸长到原来的3倍(纵坐标不变)，得到函数  $h(x)$  的图象，则函数  $h(x)$  的单调递增区间为 ( )

- A.  $\left[-\frac{5\pi}{4} + 3k\pi, \frac{\pi}{4} + 3k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$   
 B.  $\left[\frac{\pi}{4} + 3k\pi, \frac{7\pi}{4} + 3k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$

- C.  $\left[-\frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}\right] (k \in \mathbf{Z})$
- D.  $\left[\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, \frac{7\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}\right] (k \in \mathbf{Z})$
8. 曲线  $y = \frac{2x+a}{x+2}$  在点  $(1, b)$  处的切线方程为  $kx - y + 6 = 0$ , 则  $k$  的值为 ( )
- A. -1    B.  $-\frac{2}{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D. 1
9. 已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式分别为  $a_n = 2n, b_n = 2^n$ , 现从数列  $\{a_n\}$  中剔除  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的公共项后, 将余下的项按照从小到大的顺序进行排列, 得到新的数列  $\{c_n\}$ , 则数列  $\{c_n\}$  的前 150 项之和为 ( )
- A. 23804    B. 23946    C. 24100    D. 24612
10. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F, Q$  为  $C$  上一点,  $M$  为  $C$  的准线  $l$  上一点且  $QM \parallel x$  轴. 若  $O$  为坐标原点,  $P$  在  $x$  轴上, 且在点  $F$  的右侧,  $|OP| = 4, |QF| = |QP|, \angle MQP = 120^\circ$ , 则准线  $l$  的方程为 ( )
- A.  $x = -\frac{16}{5}$     B.  $x = -\frac{2}{5}$     C.  $x = -\frac{4}{5}$     D.  $x = -\frac{8}{5}$
11. 已知三棱锥  $S-ABC$  中, 平面  $SAC \perp$  平面  $ABC$ , 且  $AB \perp AC, \angle SCA = 30^\circ$ , 若  $AB = SA = 4$ , 则三棱锥  $S-ABC$  外接球的表面积为 ( )
- A.  $64\pi$     B.  $128\pi$     C.  $40\pi$     D.  $80\pi$
12. 若关于  $x$  的不等式  $xe^x \geq a \left( \frac{2\ln x}{x} + 1 \right) + \frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立, 则实数  $a$  的取值范围为 ( )
- A.  $\{1\}$     B.  $[1, e)$     C.  $[1, +\infty)$     D.  $[e, +\infty)$

### 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_8(6-x), & x \leq 0 \\ f(x-8), & x > 0 \end{cases}$ , 则  $f(2022) = \underline{\hspace{2cm}}$ .



- $|2x-3 \leq y$
4. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ y \leq 3 \end{cases}$ , 则  $z = 2x + 3y$  的最小值为
15. 已知首项为1的数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_{n+1} = S_n + 12a_n + 5$ , 则数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n =$  \_\_\_\_\_.
16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F(c, 0)$ , 左顶点为  $M$ , 点  $P, R$  为圆  $C': x^2 + y^2 - 2cx - a^2 - 2ac = 0$  与双曲线  $C$  右支的两个交点, 若  $Q$  为线段  $MP$  的中点, 且  $RQ \perp MP$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分)

某市教育局对某中学高一年级学生开展疫情防控知识调研, 从参与调研的学生中随机抽取 60 名, 将他们的成绩记录如下, 其中成绩为 80 分及以上视为优秀.

	0-59	60-79	80-100
女生	5	15	10
男生	7	8	15

(I) 补全  $2 \times 2$  列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为成绩优秀与性别有关;

	非优秀	优秀	合计
女生			
男生			
合计			

(II) 先利用分层抽样的方法从成绩优秀的学生中随机抽取 5 人, 再从这 5 人中随机抽取 2 人进行下一轮测试, 求抽取的 2 人中至少有 1 人是男生的概率.

附:  $K^2 = \frac{n}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
$k_0$	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $b = \sqrt{10}$ ,  
 $c = 2, B = \frac{\pi}{4}$ .

(I) 求  $\triangle ABC$  的面积;

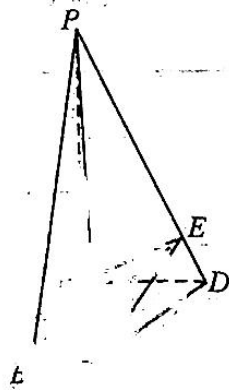
(II) 若点  $M$  在线段  $AC$  上, 且  $\tan \angle AMB = \frac{3}{2}$ , 求  $\tan \angle MBC$  的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB \perp AD$ ,  
 $AD \parallel BC$ ,  $PA = 2AD = 2AB = 4BC = 4$ ,  $E$  为线段  $PD$  上一点, 且  $PE:DE = 4:1$ .

(I) 求三棱锥  $P-BCE$  的体积;

(II) 求证:  $PD \perp$  平面  $ABE$ .



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $A\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , 且点  $A$  到

椭圆  $C$  的右顶点的距离为  $\frac{\sqrt{39}}{2}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 已知  $O$  为坐标原点, 直线  $l: y = kx + m (k > 0, m < 0)$  与  $C$  交于  $M, N$  两点, 记线段  $MN$  的中点为  $P$ , 连接  $OP$  并延长交  $C$  于点  $Q$ , 直线  $x = 6$  交射线  $OP$  于点  $R$ , 且  $|OP| \cdot |OR| = 6$ , 求证: 直线  $l$  过定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = -2 \ln x + 2ax - ax^2 (a \in \mathbb{R})$ .

(I) 若  $a = -\frac{1}{2}$ , 求函数  $f(x)$  的极值;

(II) 已知  $f'(x)$  是  $f(x)$  的导函数,  $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$ , 且

$x_1 > x_2 > 0$ , 若  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + x_1 x_2 > \lambda$  恒成立, 求实数  $\lambda$  的取值范围.



请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 注意: 只能做选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 解答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$$

( $\alpha$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 得曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho \cos^2 \theta + \cos \theta - \rho = 0$ .

(I) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程与  $C_2$  的直角坐标方程;

(II) 已知射线  $l: y = kx (x \geq 0, 1 \leq k \leq 2)$  与曲线  $C_1$  交于  $O, M$  两点, 与  $C_2$  交于  $O, N$  两点, 求  $OM \cdot ON$  的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |2x - 3| + |3x - 6| + 2a + 2$

(I) 当  $a = -1$  时, 求不等式  $f(x) < 2$  的解集;

(II) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) - |x - 2| \leq a^2$  有实数解, 求实数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线