

运城市2022-2023学年第一学期期末调研测试

高三数学试题

2023.

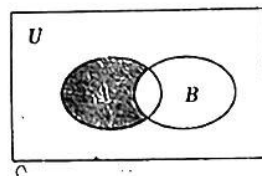
本试题满分 150 分,考试时间 120 分钟。答案一律写在答题卡上。

注意事项:

1. 答题前,考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,认真核对条形码上的姓名、准考证号,并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上。
2. 答题时使用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写,字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答,超出答题区域书写的答案无效。
4. 保持卡面清洁,不折叠,不破损。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题所给的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x < 1\}$, 则图中阴影部分表示的集合为



- A. $\{x \mid 1 \leq x < 3\}$ B. $\{x \mid 1 < x \leq 3\}$
C. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ D. $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$

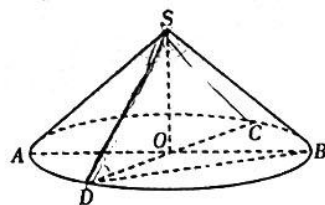
2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, $z = \frac{a+i}{1+i}$ (i 为虚数单位) 是纯虚数, 则 $a =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{1}{2}x$, 则 C 的焦距为

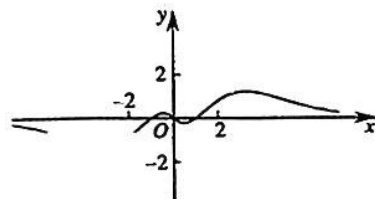
- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{5}$

4. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作,其第十一卷中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥. 如图,若 AB, CD 都是直角圆锥 SO 底面圆的直径,且 $\angle AOD = \frac{\pi}{3}$, 则异面直线 SA 与 BD 所成角的余弦值为



- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

5. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 的解析式可能为



- A. $f(x) = \frac{x-x^3}{2^x}$ B. $f(x) = e^{|x|} \cdot (x^2 - 1)$
C. $f(x) = x^3 \cdot \ln|x|$ D. $f(x) = \frac{x^3 - x}{e^{|x|}}$

高三数学试题 第 1 页(共 4 页)

6. 已知 $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, 若 $\frac{2 + 2\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = 9$, 则 $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} =$

- A. -3 B. 3 C. $\frac{9}{7}$ D. $-\frac{9}{7}$

7. 已知实数 a, b 满足 $e^{2-a} = a, b(\ln b - 1) = e^3$, 其中 e 是自然对数的底数, 则 ab 的值为

- A. e B. e^2 C. e^3 D. e^4

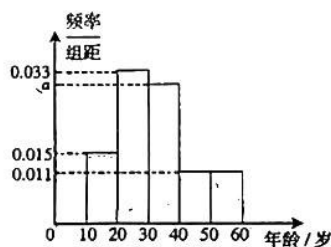
8. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且满足 $S_n = (-1)^n a_n - 2^{-n}$, 则 $S_5 + S_6 =$

- A. $-\frac{1}{64}$ B. $-\frac{1}{32}$ C. $-\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{64}$

二、选择题(本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对得5分,部分选对得2分,有选错的得0分)

9. 近年来,新冠疫情波及到千家万户,人们的生活方式和习惯不得不发生转变,短视频成了观众空闲时娱乐活动的首选.某电影艺术中心为了解短视频平台的观众年龄分布情况,向各大短视频平台的观众发放了线上调查问卷,共回收有效样本4000份,根据所得信息制作了如图所示的频率分布直方图,则下列说法正确的是

- A. 图中 $a = 0.028$
B. 在4000份有效样本中,短视频观众年龄在10~20岁的有1320人
C. 估计短视频观众的平均年龄为32岁
D. 估计短视频观众年龄的75%分位数为39岁



10. 已知函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ ($-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则

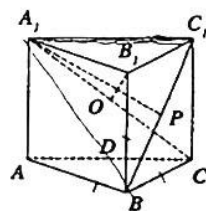
- A. $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{\pi}{12} + x\right) = -f\left(\frac{\pi}{12} - x\right)$
B. 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后与 $g(x) = \cos 3x$ 图象重合
C. 若 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$
D. 若 $y = |f(x)|$ 在 $[a, b]$ 上单调递减, 那么 $b - a$ 的最大值是 $\frac{\pi}{3}$

11. 已知直线 $l: x - y + 5 = 0$, 过直线上任意一点 M 作圆 $C: (x - 3)^2 + y^2 = 4$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则有

- A. $|MA|$ 长度的最小值为 $4\sqrt{2} - 2$
B. 不存在点 M 使得 $\angle AMB$ 为 60°
C. 当 $|MC| \cdot |AB|$ 最小时, 直线 AB 的方程为 $x - 2y - 1 = 0$
D. 若圆 C 与 x 轴交点为 P, Q , 则 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的最小值为 28

12. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC, AB = BC = BB_1 = 2, D$ 是 AC 的中点, O 为 A_1C_1 的中点, 点 P 是 BC_1 上的动点, 则下列说法正确的是

- A. 无论点 P 在 BC_1 上怎么运动, 都有 $A_1P \perp OB_1$



B. 当直线 AP 与平面 BB_1C_1 所成的角最大时, 三棱锥 $P-BCD$ 的外接球表面积为 4π

C. 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内放有一球, 则球的最大体积为 $\frac{4\pi}{3}$

D. $\triangle OPB_1$ 周长的最小值为 $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $(2x-3)^7 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \dots + a_7(x-1)^7$, 则 $a_2 =$ _____.

14. 已知 $|a| = 1, |b| = 3, |a-b| = 4$, 则向量 a 在向量 b 上的投影向量为

15. 已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f\left(x - \frac{3}{2}\right) - f\left(-x - \frac{3}{2}\right) = 0, f(2022) = \frac{1}{e}$,

若 $f(x) > f(-x)$, 则不等式 $e^{f(x+3)} > \frac{1}{e^x}$ 的解集为 _____

16. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2, M, N 为椭圆上位于 x 轴上方的两点, 且满足 $F_1M \parallel F_2N$, 若 $|F_2N|, |F_2M|, |F_1M|$ 构成公比为 2 的等比数列, 则 C 的离心率为 _____.

四、解答题 (本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_3 + a_7 = 18, a_1 + a_5 = 10$, 各项均为正数的等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_3 + b_5 = \frac{5}{16}, b_1 b_5 = \frac{1}{16}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = \frac{(a_n + n + 2)}{2} \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足:

$$\frac{\cos C}{a \cos B + b \cos A} = \frac{\cos A + \cos B}{a + b}.$$

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $c = 3$, 角 A 与角 B 的内角平分线相交于点 D , 求 $\triangle ABD$ 面积的取值范围.

19. (本小题满分 12 分) 为了迎接 2022 年世界杯足球赛, 某足球俱乐部在对球员的使用上一般都进行一些数据分析, 在上一年度的赛季中, A 球员对球队的贡献度数据统计如下:

	球队胜	球队负	总计
A 上场	22	r	
A 未上场	s	12	20
总计			50

(1) 求 r, s 的值, 据此能否有 99% 的把握认为球队胜利与 A 球员有关;

(2) 根据以往的数据统计, B 球员能够胜任前锋、中锋、后卫以及守门员四个位置, 且出场率分别为: 0.2、0.3、0.2、0.3, 当出任前锋、中锋、后卫以及守门员时, 球队赢球的概率依次为: 0.2、0.2、0.4、0.3, 则:

- ① 当他参加比赛时,求球队某场比赛赢球的概率;
 ② 当他参加比赛时,在球队赢了某场比赛的条件下,求 B 球员担当守门员的概率;
 ③ 在 2022 年的 4 场联赛中,用 X 表示“球队赢了比赛的条件下 B 球员担当守门员”的比赛场次数,求 X 的分布列及期望.

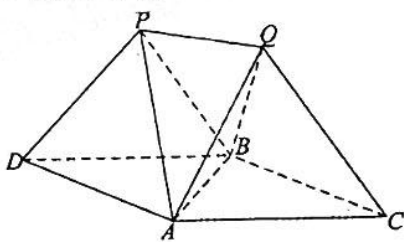
附表及公式:

$P(\chi^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

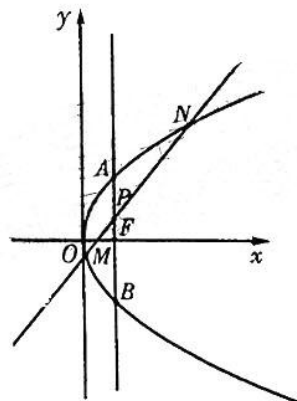
20. (本小题满分 12 分) 如图,水平面上摆放了两个棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正四面体 $PABD$ 和 $QABC$.

- (1) 求证: $AB \perp PQ$;
 (2) 求二面角 $P-AQ-B$ 的余弦值.



21. (本小题满分 12 分) 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F .

- (1) 如图所示,线段 AB 为过点 F 且与 x 轴垂直的弦,动点 P 在线段 AB 上,过点 P 且斜率为 1 的直线 l 与抛物线交于 $N(x_1, y_1)$ 、 $M(x_2, y_2)$ 两点,请问 $y_1 + y_2$ 是否为定值,若是,求出该定值;若不是,说明理由;
 (2) 过焦点 F 作直线 l_0 与 C 交于 E 、 Q 两点,分别过 E 、 Q 作抛物线 C 的切线,已知两切线交于点 $R(-1, m)$,求证:直线 RQ 、 RF 、 RE 的斜率成等差数列.



22. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = -\ln(1-x) - x$.

- (1) 求证: $f(x) \geq 0$ 恒成立;
 (2) 令 $g(x) = x + \frac{2}{\pi} \cos \pi x$, 讨论 $F(x) = f(x) + g(x)$ 在 $x \in (-\frac{3}{2}, 1)$ 上的极值点个数.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线