高三理科数学

考生注意：

1.本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2.答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。

3.考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷，草稿纸上作答无效。**

4.本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知 $\frac{a+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=b+\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则 $a+b=$（　　）

A. -2　　B2　　C.1　　D.0

2.已知集合 $A=\left\{x|2^x>4\right\}$，$B=\{x|0<x-1\leq 5\}$，则 $(\complement_R A)\cap B=$（　　）

A. $\{x|2<x\leq 5\}$　　B. $\{x|x\leq 5\}$　　C. $\{x|1<x\leq 2\}$　　D. $\{x|x>1\}$

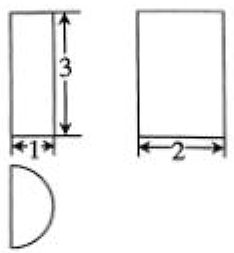
3.已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{10}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{7}{4}$　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $-\frac{7}{4}$

4.若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$，则该双曲线的渐近线方程为（　　）

A. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　B. $y=\pm\sqrt{3}x$　　C. $y=\pm\sqrt{5}x$　　D. $y=\pm 2x$

5.某几何体的三视图如图所示（其中俯视图中的曲线是圆弧），则该几何体的表面积为（　　）



A. $6\pi+6$　　B. $4\pi+6$　　C. $4\pi+3$　　D. $6\pi+3$

6.若 $a=\log_4 5$，$b=\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}3$，$c=\mathrm{e}^{\ln 2}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

7.已知 $\tan\alpha=2$，且 $\frac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}=m\tan 2\alpha$，则 $m=$（　　）

A. $-\frac{4}{9}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $-\frac{9}{4}$　　D. $\frac{9}{4}$

8.若 $a<b<0$，则下列不等式中，一定不成立的是（　　）

A. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$　　B. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　C. $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}>2$　　D. $|a|>|b|$

9. 设 $f(x)=\sin 3x-\cos 3x$，把 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度后，恰好得到函数 $g(x)=-\sin 3x+\cos 3x$ 的图象，则 φ 的值可以为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

10.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x+1,x\leq 1,\\ \ln x+1,x>1,\end{cases}$ 则满足 $f(x)+f(x+1)>1$ 的 x 的取值范围是（　　）

A. $(-1,+\infty)$　　B. $\left(-\frac{3}{4},+\infty\right)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

11.在直角坐标系 xOy 中，抛物线 $M:y^2=2px(p>0)$ 与圆 $C:x^2+y^2-2\sqrt{3}y=0$ 相交于两点，且两点间的距离为 $\sqrt{6}$，则抛物线 M 的焦点到其准线的距离为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\sqrt{6}$

12.若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-(3m+1)x+3,x\leq 0,\\ mx^2+x\ln x,x>0\end{cases}$ 恰有三个极值点，则 m 的取值范围是（　　）

A. $\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},0\right)$　　C. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)$　　D. $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $\left(\sqrt{x}-\frac{y}{2}\right)^5$ 的展开式 xy^3 的系数为______.

14.曲线 $y=-x^3$ 在点 $(1,-1)$ 处的切线方程为______.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.已知 $a=4$，$c=9$，$\sin A\sin C=\sin^2 B$，则 $\cos B=$______.

16.已知 A，B，C，P 四点都在以 PC 为直径的球 O 的表面上，$AB\perp BC$，$AB=2$，$BC=4$，若球 O 的体积为 $8\sqrt{6}\pi$，则异面直线 PB 与 AC 所成角的正切值为______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

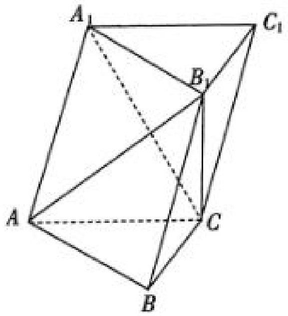
设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_5=5S_2$，$a_6=6$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{a_n\cdot 3^{a_n}\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=1$，$AB=\sqrt{2}$，$B_1C=1$，$B_1C\perp$ 平面 ABC.



（1）证明：$AC\perp$平面BCC_1B_1；

（2）求二面角A_1-AC-B的大小.

19.（本小题满分 12 分）

某工厂共有男女员工 500 人，现从中抽取 100 位员工对他们每月完成合格产品的件数统计如下：

每月完成合格产品的件数（单位：百件）	$[26,28)$	$[28,30)$	$[30,32)$	$[32,34)$	$[34,36]$
频数	10	45	35	6	4
男员工人数	7	23	18	1	1

（1）其中每月完成合格产品的件数不少于 3200 件的员工被评为“生产能手”.由以上统计数据填写下面 2×2 列联表，并判断是否有 95%的把握认为“生产能手”与性别有关？

	非“生产能手”	“生产能手”	合计
男员工			
女员工			
合计			

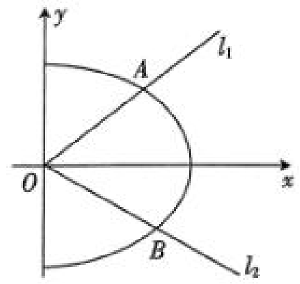
（2）为提高员工劳动的积极性，工厂实行累进计件工资制：规定每月完成合格产品的件数在定额 2600 件以内的，计件单价为 1 元；超出$(0,200]$件的部分，累进计件单价为 1.2 元；超出$(200,400]$件的部分，累进计件单价为 1.3 元；超出 400 件以上的部分，累进计件单价为 1.4 元.将这 4 段中各段的频率视为相应的概率，在该厂男员工中随机选取 1 人，女员工中随机选取 2 人进行工资调查，设实得计件工资（实得计件工资=定额计件工资＋超定额计件工资）不少于 3100 元的人数为 Z，求 Z 的分布列和数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P\left(K^2\ \ k\right)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

20.（本小题满分 12 分）

在直角坐标系：xOy 中，椭圆 C 的中心在原点，焦点在 x 轴上，且过点$(2,3)$，若 C 的两焦点与其中一个顶点能构成一个等边三角形.



（1）求 C 的方程.

（2）已知过 O 的两条直线l_1，l_2（斜率都存在）与 C 的右半部分（y 轴右侧）分别相交于 A，B 两点，且$\triangle AOB$ 的面积为$2\sqrt{3}$，试判断 OA，OB 的斜率之积是否为定值？若是，求出定值；若不是，说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^a-a\ln x-a(a\neq 0)$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $a>0$ 时，对任意 $x_1,x_2\in\left[\dfrac{1}{e},e\right]$，$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|\ \ e-2$ 恒成立，求 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22，23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4；坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 M 的参数方程为$\begin{cases}x=1+3\cos\alpha,\\ y=1+3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）.在以原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标中，直线 l 的极坐标方程为$\sqrt{2}\rho\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=m$.

（1）求曲线 M 的普通方程，并指出曲线 M 是什么曲线；

（2）若直线 l 与曲线 M 相交于 A，B 两点，$|AB|=4$，求 m 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|x+1|+|x-a|$.

（1）当 $a=1$时，求关于 x 的不等式 $f(x)\ \ 3$ 的解集；

（2）若 $f(x)\ \ 4$ 在$[0,2]$上恒成立，求 a 的取值范围.

高三理科数学参考答案、提示及评分细则

1.D 由题可得 $a+\mathrm{i}=-1+b\mathrm{i}$，则 $a=-1$，$b=1$，故 $a+b=0$.

2C $\because A=\{x|\ x>2\}$，$\therefore \complement_R A=\{x|\ x\leqslant 2\}$，又 $B=\{x|1<x\leqslant 6\}$，$\therefore\left(\complement_R A\right)\cap B=\{x|1<x\leqslant 2\}$.

3.B $\because\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|^2=1^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\times 2^2=10$，$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{7}{4}$.

4.D 由题可知，$\dfrac{b}{a}=\sqrt{\dfrac{c^2-a^2}{a^2}}=2$，所以双曲线的渐近线方程为 $y=\pm 2x$.

5.B 该几何体为一个圆柱体的一半，所以表面积 $S=\pi\times 1\times 3+\pi\times 1^2+2\times 3=4\pi+6$.

6.A 因为 $a=\log_4 5=\dfrac{1}{2}\log_2 5=\log_2\sqrt{5}$，$b=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}3=\log_2 3$，所以 $1<a<b<2$.又 $c=\mathrm{e}^{\ln 2}=2$，所以 $a<b<c$.故选 A.

7.C $\dfrac{\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha+\cos\alpha)}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha-\cos\alpha)}=\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\dfrac{\tan\alpha+1}{\tan\alpha-1}=3$，$\tan 2\alpha=\dfrac{4}{1-4}=-\dfrac{4}{3}$，则 $m=-\dfrac{9}{4}$.

8.A 若 $a<b<0$，则 $\dfrac{1}{a-b}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a-(a-b)}{a(a-b)}=\dfrac{b}{a(a-b)}<0$，即 $\dfrac{1}{a-b}<\dfrac{1}{a}$，故 A 不成立；因为 $a<b<0$，所以 $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{b-a}{ab}>0$，即 $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$，故 B 成立；因为 $a<b<0$，所以 $\dfrac{a}{b}>0$，$\dfrac{b}{a}>0$，所以 $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geqslant 2\sqrt{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{b}{a}}=2$，又 $a\neq b$，所以 $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}>2$，故 C 成立；因为 $a<b<0$，所以 $|a|>|b|$，故 D 成立.故选 A.

9.D $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$，$g(x)=\sqrt{2}\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin 3x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x\right)=\sqrt{2}\sin\left(3x+\dfrac{3\pi}{4}\right)$，

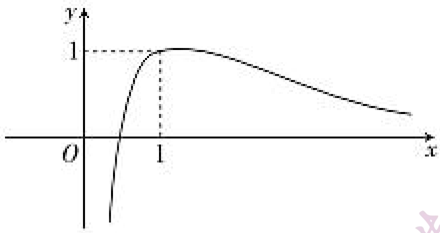
则 $3\varphi-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即 $\varphi=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{2k\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$.当 $k=1$ 时，$\varphi=\pi$.

10.B 当 $x>1$ 时，$\ln x+1>1$，所以当 $x>0$ 时，$f(x)+f(x+1)>1$ 恒成立；当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)+f(x+1)=2x+1+2x+3>1$，解得 $-\dfrac{3}{4}<x\leqslant 0$，综上 $x>-\dfrac{3}{4}$.

11.A 依题意，不妨设 $M:y^2=2px(p>0)$，M 与圆 C 的其中一个交点为 O，设另一个交点为 $A\left(x_1,y_1\right)$，又 $|OA|=\sqrt{6}$，所以 $\cos\angle AOC=\dfrac{|OA|}{2|OC|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\angle AOC=\dfrac{\pi}{4}$，点 A 坐标为 $(\sqrt{3},\sqrt{3})$，代入抛物线方程，解得 $p=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

12.C 由题可知 $f^{'}(x)=\begin{cases}2x-(3m+1),x\quad 0\\ 2mx+\ln x+1,x>0\end{cases}$，当 $x>0$ 时，令 $f^{'}(x)=0$，可化为 $-2m=\dfrac{\ln x+1}{x}$，

令 $g(x)=\dfrac{\ln x+1}{x}$，则 $g^{'}(x)=\dfrac{-\ln x}{x^2}$，则函数 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，$g(x)$ 的图象如图所示，所以当 $0<-2m<1$，即 $-\dfrac{1}{2}<m<0$ 时，$f^{'}(x)=0$ 有两个不同的解；当 $x\quad 0$ 令 $f^{'}(x)=0$，$x=\dfrac{3m+1}{2}<0$，解得 $m<-\dfrac{1}{3}$，综上 $m\in\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{3}\right)$.



13.$-\dfrac{5}{4}$

$\left(\sqrt{x}-\dfrac{y}{2}\right)^5$ 的展开式 xy^3 的系数为 $C_5^3\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=-\dfrac{5}{4}$.

14.$y=-3x+2$

$\left(-x^3\right)^{'}=-3x^2$，则曲线 $y=-x^3$ 在点 $(1,-1)$ 处的切线方程为 $y+1=-3(x-1)$，即 $y=-3x+2$.

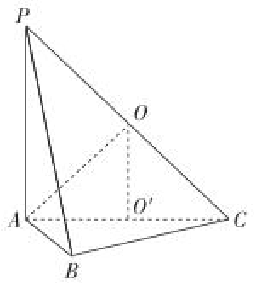
15.$\dfrac{61}{72}$

$\because \sin A\sin C=\sin^2 B$，$\therefore b^2=ac=36$，$\therefore \cos B=\dfrac{a^2+c^2-ac}{2ac}=\dfrac{61}{72}$.

16.3

$\because AB\perp BC$，$\therefore\triangle ABC$ 的外心 $O^{'}$ 为 AC 的中点，$\therefore OO^{'}\perp$ 平面 ABC，易证 $PA//OO^{'}$，$\therefore PA\perp$ 平面 ABC.从而球 O 的半径 $R=OA$，又 $\dfrac{4}{3}\pi R^3=8\sqrt{6}\pi$，$\therefore R=\sqrt{6}$，$\because AC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，$\therefore AO^{'}=\sqrt{5}$，$OO^{'}=1$，$\therefore PA=AB=2$.

设 PB 与 AC 所成角为 θ，则 $\cos\theta=\cos\angle PBA\cdot\cos\angle BAC=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.故 $\tan\theta=3$.



17.解：（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

由题意得$\begin{cases}5a_1+10d=5(2a_1+d),\\ a_6=a_1+5d=6,\end{cases}$ ....2 分

所以$\begin{cases}a_1=1,\\ d=1,\end{cases}$ ....4 分

故$a_n=n$ ....5 分

（2）因为，$a_n\times 3^{a_n}=n\times 3^n$

所以$T_n=1\times3+2\times3^2+\cdots+(n-1)\times3^{n-1}+n\times3^n$ ....6 分

$3T_n=1\times3^2+2\times3^3+\cdots+(n-1)\times3^n+n\times3^{n+1}$ ....8 分

两式相减得$-2T_n=3+3^2+\cdots+3^n-n\times3^{n+1}=\dfrac{(1-2n)\times3^{n+1}-3}{2}$ ....11 分

所以$T_n=\dfrac{(2n-1)\times3^{n+1}+3}{4}$ ....12 分

18.（1）证明；因为$B_1C\perp$平面ABC，所以$B_1C\perp AC$， ....1 分

因为$AC=BC=1$，$AB=\sqrt{2}$，所以$AC\perp BC$ ....2 分

又$BC\cap B_1C=C$，所以$AC\perp$平面BCC_1B. ....4 分

（2）解：以C为原点，$\overrightarrow{CA}$的方向为x轴正方向，建立空间直角坐标系$C-xyz$.

则$C(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$C_1(0,-1,1)$，

所以$\overrightarrow{CA}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{CC_1}=(0,-1,1)$ ....-6 分

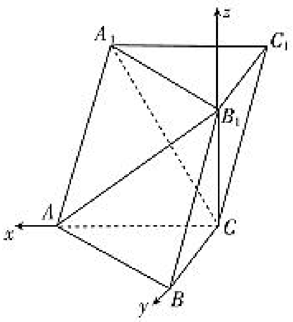
设平面A_1ACC_1的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则$\vec{n}\cdot\overrightarrow{CA}=0$，$\vec{n}\cdot\overrightarrow{CC_1}=0$

所以$x=0$，$-y+z=0$，取$y=1$，则$\vec{n}=(0,1,1)$；....................8 分

又 $B_1C\perp$ 平面 ABC，取平面 ABC 的法向量 $\overrightarrow{m}=(0,0,1)$，.....................10 分

所以 $\cos\left\langle\overrightarrow{n},\overrightarrow{m}\right\rangle=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ....11 分

由图可知，二面角 A_1-AC-B 为钝角，所以二面角 A_1-AC-B 为 $\dfrac{3\pi}{4}$ ....12 分



19.解：（1>填写 2×2 列联表如下：

	非“生产能手”	“生产能手”	合计
男员工	48	2	50
女员工	42	8	50
合计	90	10	100

....2 分

因为 K^2 的观测值 $k=\dfrac{100\times(48\times8-42\times2)^2}{50\times50\times90\times10}=4>3.841$，

所以有 95%的把握认为“生产能手”与性别有关... 4 分

（2）当员工每月完成合格产品的件数为 3000 件时，

其实得计件工资为 $2600\times1+200\times1.2+200\times1.3=3100$ 元，

由统计数据可知，男员工实得计件工资不少于 3100 元的概率为 $p_1=\dfrac{2}{5}$，

女员工实得计件工资不少于 3100 元的概率为 $p_2=\dfrac{1}{2}$ ....5 分

设 2 名女员工中实得计件工资不少于 3100 元的人数为 X，1 名男员工中实得计件工资在 3100 元及以上的人数为 Y，

则 $X\sim B\left(2,\dfrac{1}{2}\right)$，$Y\sim B\left(1,\dfrac{2}{5}\right)$... 6 分

Z 的所有可能取值为 0，1，2，3，

$P(Z=0)=P(X=0,Y=0)=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^2\left(1-\dfrac{2}{5}\right)=\dfrac{3}{20}$ ....7 分

$P(Z=1)=P(X=1,Y=0)+P(X=0,Y=1)=\mathrm{C}_2^1\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1-\dfrac{2}{5}\right)+\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^2\dfrac{2}{5}=\dfrac{2}{5}$， ....8 分

$P(Z=2)=P(X=2,Y=0)+P(X=1,Y=1)=\mathrm{C}_2^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{2}{5}\right)+\mathrm{C}_2^1\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)\frac{2}{5}=\frac{7}{20}$，…………9 分

$P(Z=3)=P(X=2,Y=1)=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$，…………………………………………10 分

所以 Z 的分布列为

Z	0	1	2	3
P	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{10}$

…………………………………………………………………………11 分

故 $E(Z)=0\times\frac{3}{20}+1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{7}{20}+3\times\frac{1}{10}=\frac{7}{5}$ ………………………………………12 分

20.解：（1）由题意可知 $\frac{b}{c}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$，即 $b=\sqrt{3}c$ …………………………1 分

又 $a^2=b^2+c^2$，得 $a^2=4c^2$. …………………………2 分

把 $(2,\sqrt{3})$ 代入 C 的方程得 $\frac{4}{a^2}+\frac{3}{b^2}=1$，又 $a^2=4c^2$，解得 $c^2=2$，………………………3 分

从而 $a^2=8$，$b^2=6$，故 C 的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$. ……………………4 分

（2）设 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，y：)，OA，OB 的斜率分别为 k_1，k_2.

联立方程组 $\begin{cases} y=k_1x, \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1, \end{cases}$ 得 $x_1^2=\frac{24}{3+4k_1^2}$，…………………………………5 分

同理得 $x_2^2=\frac{24}{3+4k_2^2}$，…………………………………………6 分

则 $|OA|=\sqrt{1+k_1^2}\cdot|x_1|=\sqrt{\frac{24\left(1+k_1^2\right)}{3+4k_1^2}}$ ……………………………………7 分

因为点 B 到直线 OA 的距离 $d=\frac{|k_2x_2-k_1x_2|}{\sqrt{1+k_1^2}}$，……………………………………8 分

所以 $\triangle AOB$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}|OA|\cdot d=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{24\left(1+k_1^2\right)}{3+4k_1^2}}\times\frac{|k_2x_2-k_1x_2|}{\sqrt{1+k_1^2}}=\frac{\sqrt{6}|k_2x_2-k_1x_2|}{\sqrt{3+4k_1^2}}=2\sqrt{3}$，…………9 分

则 $S^2=\frac{6x_2^2|k_2-k_1|^2}{3+4k_1^2}=\frac{6|k_2-k_1|^2}{3+4k_1^2}\times\frac{24}{3+4k_2^2}=12$ …………… 10 分

整理得 $16k_1^2k_2^2+24k_1k_2+9=\left(4k_1k_2+3\right)^2=0$ ……………11 分

即 $k_1k_2=-\dfrac{3}{4}$，故 l_1，l_2 的斜率之积为定值.且定值为 $-\dfrac{3}{4}$ ....12 分

21.解：（1）函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f^{'}(x)=ax^{a-1}-\dfrac{a}{x}=\dfrac{a\left(x^{a}-1\right)}{x}$ .... 2 分

当 $a<0$ 时，$x\in(0,1)$，$f^{'}(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减；...............2 分

$x\in(1,+\infty)$，$f^{'}(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. ....3 分

当 $a>0$ 时，$x\in(0,1)$，$f^{'}(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减；..................4 分

$x\in(1,+\infty)$，$f^{'}(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. ....5 分

（2）因为 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|\quad f(x)_{\max}-f(x)_{\min}$，所以 $f(x)_{\max}-f(x)_{\min}\quad \mathrm{e}-2$ . ...6 分

由（1）知 $f(x)$ 在 $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}},1\right)$ 上单调递减，在 $(1,\mathrm{e}]$ 上单调递增，所以 $f(x)_{\min}=f(1)=1-a$ . ...7 分

因为 $f\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)=\mathrm{e}^{-a}$ 与 $f(\mathrm{e})=\mathrm{e}^{a}-2a$，所以 $f(x)_{\max}=\max\left\{f\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right),f(\mathrm{e})\right\}$ .... 8 分

设 $g(a)=f(\mathrm{e})-f\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)=\mathrm{e}^{u}-\mathrm{e}^{-a}-2a(a>0)$，

则 $g^{'}(a)=\mathrm{e}^{a}+\mathrm{e}^{-\alpha}-2>2\sqrt{\mathrm{e}^{\alpha}\cdot\mathrm{e}^{-\alpha}}-2=0$，

所以 $g(a)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 $g(a)>g(0)=0$，所以 $f(\mathrm{e})>f\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$， ....9 分

从而 $f(x)_{\max}=f(\mathrm{e})=\mathrm{e}^{a}-2a$，

所以 $\mathrm{e}^{a}-2a-(1-a)\quad \mathrm{e}-2$，即 $\mathrm{e}^{a}-a-\mathrm{e}+1\quad 0$ . ...10 分

设 $\varphi(a)=\mathrm{e}^{a}-a-\mathrm{e}+1(a>0)$，则 $\varphi^{'}(a)=\mathrm{e}^{a}-1$.

当 $a>0$ 时，$\varphi^{'}(a)>0$，所以 $\varphi(a)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，.....................11 分

又 $\varphi(1)=0$，所以 $\mathrm{e}^{a}-a-\mathrm{e}+1\quad 0$，等价于 $\varphi(a)\quad \varphi(1)$，则 $a\quad 1$.

因为 $a>0$，所以 a 的取值范围为 $(0,1]$ . ...12 分

22.解：（1）由 $\begin{cases}x=1+3\cos\alpha,\\ y=1+3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），消去参数得 $(x-1)^2+(y-1)^2=9$，

故曲线 M 的普通方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=9$， .... 2 分

曲线 M 的轨迹是以 $(1,1)$ 为圆心，3 为半径的圆. ....4 分

（2）由 $\sqrt{2}\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=m$，展开得 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-m=0$，

$\therefore l$ 的直角坐标方程为 $x-y-m=0$ ....6 分

圆心到直线 l 的距离为 $\frac{|m|}{\sqrt{2}}$， ....8 分

则 $\left(\frac{|m|}{\sqrt{2}}\right)^2=3^2-2^2$，解得 $m=\pm\sqrt{10}$ . ...10 分

23.解：（1）因为 $f(x)=|x+1|+|x-1|=\begin{cases}-2x, x<-1,\\ 2,-1\quad x<1,\\ 2x, x\quad 1\end{cases}$ ....2 分

所以 $f(x)\quad 3$ 的解集为 $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$. ....5 分

（2）因为 $x\in[0,2]$，所以 $x+1+|x-a|\quad 4$， ....6 分

即 $|x-a|\quad 3-x$，则 $-3\quad -a\quad 3-2x$， .... 8 分

所以 $1\quad a\quad 3$ . ...10 分