

2022-2023 学年度第一学期高三级部学科练习二

数学学科

2022 年 12 月

I 卷

一、选择题（本大题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分）

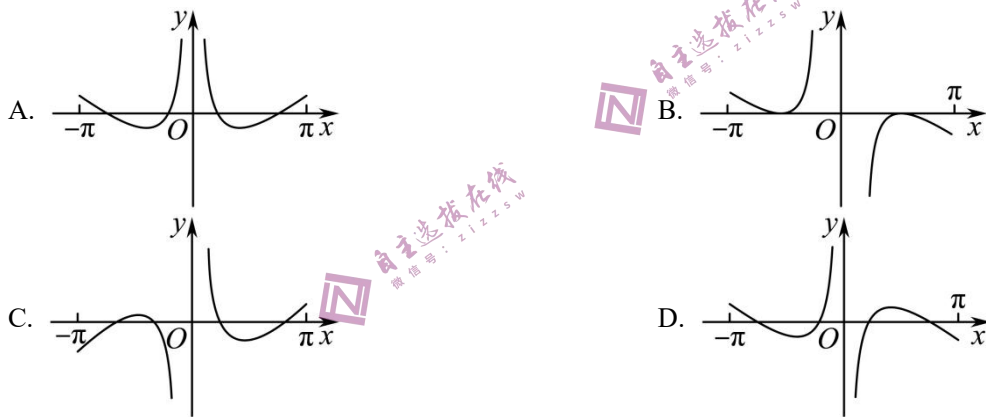
1. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{x \in Z | 2 \leq x < 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 6\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{1, 4, 6\}$ D. $\{2, 3, 5\}$

2. 设 $x \in R$, 则“ $|x-2| < 1$ ”是“ $x^2 + x - 2 > 0$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \cos x}{x + \sin x}$ 在 $[-\pi, 0) \cup (0, \pi]$ 的图像大致为 ()



4. 已知 l, m, n 为三条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $l \perp m, l \perp n$, 且 $m, n \subset \alpha$, 则 $l \perp \alpha$
B. 若 $m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 且 $m, n \subset \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $m \parallel n, n \subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$
D. 若 $l \perp \beta, l \subset \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$

5. 已知函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 内单调递增, 且 $f(-x) = f(x)$, 若 $a = f\left(\log_{\frac{1}{2}} 3\right)$,

$b = f(2^{-1.2}), c = f\left(\frac{1}{2}\right)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $b > a > c$ D.

$a > b > c$

6. 设 a, b, c 都是正数, 且 $3^a = 4^b = 6^c$, 那么 ()

- A. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ B. $\frac{2}{c} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{c} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b}$ D.

$\frac{2}{c} = \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$

7. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面, 各顶点都在同一球面上, 若该棱柱的体积为 $\sqrt{3}$, $AB=2, AC=1, \angle BAC=60^\circ$, 则此球的表面积等于 ()

- A. 8π B. 9π C. 10π D. 11π

8. 已知 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象相邻的两条对称轴的距离为 2π , 将函数

$y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 得到的图象关于 y 轴对称, 给出下列命题:

① 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称;

② 函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增;

③ 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{2\pi}{3}, 0\right)$ 对称.

其中正确的命题个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 已知函数 $h(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x > 0 \\ \frac{1+x}{1-x}, & x \leq 0 \end{cases}$, 函数 $g(x) = h(1-x) - mx + m - \frac{1}{2}$ 恰有三个不同的

零点, 则 m 的取值范围是 ()

A. $[0, 2 - \sqrt{2}) \cup \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

B. $[0, 2 + \sqrt{2}) \cup \left\{\frac{9}{2}\right\}$

C. $(-2 - \sqrt{2}, 0] \cup \left\{\frac{9}{2}\right\}$

D. $(-2 + \sqrt{2}, 0] \cup \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

10. 已知复数 $(1+i)z = 2-3i$ ，则复数 z 的共轭复数 $\bar{z} =$ _____

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 26 - 2n$ ，则使其前 n 项和 S_n 取最大值的 n 的值为 _____.

12. 过点 $(1,0)$ ，倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 交圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 于 A, B 两点，则弦 AB 的长为 _____

13. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线分别为 l_1, l_2 ，左焦点为 F . 若 F 关于直线 l_1 的对称点 P 在 l_2 上，则双曲线的离心率为 _____.

14. 设 $x > -1, y > -2$ ，且 $x + y = 4$ ，则 $\frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y+2}$ 的最小值是 _____.

15. 在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 6$ ， $AD = 2$ ， $CD = 3$ ， E 为 AD 的中点， $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AC} = -19$ ，则 $\cos \angle BAD =$ _____；设点 P 为线段 CD 上的动点，则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 最小值为 _____.

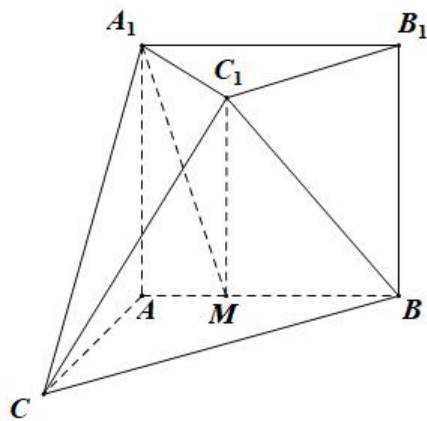
三、解答题（本大题共 5 小题，共 75 分）

16. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，满足 $(2a - b)\sin A + (2b - a)\sin B = 2c\sin C$.

(1) 求角 C 的大小；

(2) 若 $\cos A = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ ，求 $\sin(2A - C)$ 的值.

17. 如图，在多面体 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 ABB_1A_1 是正方形， $CA \perp$ 平面 ABB_1A_1 ， $AC = AB = 1$ ， $B_1C_1 \parallel BC$ ， $BC = 2B_1C_1$.



(1) 求证: $AB_1 \parallel$ 平面 A_1C_1C .

(2) 求异面直线 CA_1 与 BC_1 所成角的余弦值.

(3) 若点 M 是线段 AB 上的一个动点, 试确定点 M 的位置, 使得二面角 $C-A_1C_1-M$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$.

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(2, 1)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若过原点的直线 l_1 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 且在直线 $l_2: x - y + 2\sqrt{6} = 0$ 上存在点 M , 使得 $\triangle MPQ$ 为等边三角形, 求直线 l_1 的方程.

19. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有

$3a_n = 2S_n + 3$, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, $b_1 = \log_3 a_1$, 且 $b_2 + 5, b_4 + 1, b_6 - 3$ 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 记 $c_n = \begin{cases} a_n, n \text{ 为奇数} \\ \frac{b_n}{2}, n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(3) 求 $\sum_{k=1}^{2n} c_k c_{k+1}$.

20. 已知函数 $f(x) = x^2 - a \ln x$, $g(x) = (a-2)x + b$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 y 轴垂直, 求 a 的值;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 证明:

$x_1 + x_2 > a$.