



## 2022—2023 学年度上学期高三年级六调考试

# 数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。共 4 页,总分 150 分,考试时间 120 分钟。

### 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 某年级有男生 180 人,女生 160 人,现用分层随机抽样的方法从该年级全体学生中抽取一个容量为 68 的样本,则样本中女生人数为  
A. 40                      B. 36                      C. 34                      D. 32
- 设  $a \in \mathbf{R}, z = \frac{2+ai}{i}$ , 则“ $a > 1$ ”是“ $|z| > \sqrt{5}$ ”的  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                  D. 既不充分也不必要条件
- 以模型  $y = ce^{kx} (c > 0)$  去拟合一组数据时,为了求出回归方程,设  $z = \ln y$ , 将其变换后得到经验回归方程  $z = 2x - 1$ , 则  $k, c$  的值分别是  
A.  $-2, e$                       B.  $2, \frac{1}{e}$                       C.  $-2, \frac{1}{e}$                       D.  $2, e$
- 设向量  $a$  与  $b$  的夹角为  $\theta$ , 定义  $a \oplus b = |a \sin \theta + b \cos \theta|$ . 已知向量  $a$  为单位向量,  $|b| = \sqrt{2}$ ,  $|a - b| = 1$ , 则  $a \oplus b =$   
A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       D.  $2\sqrt{3}$
- $(x^3 + \frac{1}{x} - 1)^5$  的展开式中  $x^3$  的系数为  
A. 5                                  B. -5                                  C. 15                                  D. -15
- 用黑白两种颜色随机地染如图所示的 5 个格子, 每个格子染一种颜色, 则从左到右数, 不管数到哪个格子, 总有黑色格子不少于白色格子的染色方法种数为  

--	--	--	--	--

  
A. 6                                  B. 10                                  C. 16                                  D. 20
- 为进一步强化学校美育育人功能, 构建“五育并举”的全面培养的教育体系, 某校开设了传统体育、美育、书法三门选修课程, 该校某班级有 6 名同学分别选修其中的一门课程, 每门课程至少有一名同学选修, 则恰有 2 名同学选修传统体育的概率为  
A.  $\frac{5}{36}$                                   B.  $\frac{1}{6}$                                   C.  $\frac{7}{36}$                                   D.  $\frac{7}{18}$
- 已知实数  $a, b, c$  满足  $\frac{\ln a}{e^a} = \frac{\ln b}{b} = -\frac{\ln c}{c} < 0$ , 则  
A.  $b < a < c$                       B.  $c < b < a$                       C.  $a < b < c$                       D.  $c < a < b$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

- 某学校组建了演讲、舞蹈、航模、合唱、机器人五个社团, 全校所有学生都参加且每人只参加其中一个社团, 校团委从全校学生中随机选取一部分学生进行调查, 并根据调查结果绘制了

如下两幅不完整的统计图,则

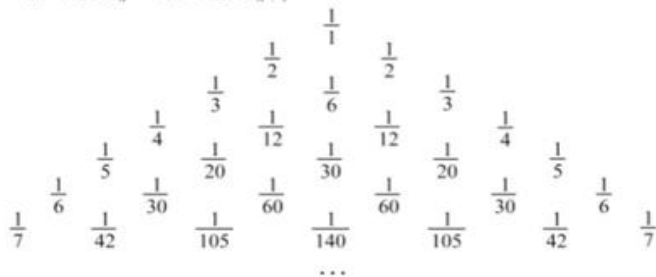


- A. 选取的这部分学生的总人数为 500  
 B. 合唱社团的人数占样本总量的 35%  
 C. 选取的学生中参加机器人社团的人数为 75  
 D. 选取的学生中参加合唱社团的人数是参加机器人社团人数的 2 倍
10. 在二项式  $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^8$  的展开式中,  
 A. 常数项是第 4 项  
 B. 所有项的系数和为 1  
 C. 第 5 项的二项式系数最大  
 D. 第 4 项的系数最小
11. 盒子里有 2 个红球和 2 个白球,从中不放回地依次取出 2 个球,设事件  $A =$ “两个球颜色相同”, $B =$ “第 1 次取出的是红球”, $C =$ “第 2 次取出的是红球”, $D =$ “两个球颜色不同”,则  
 A.  $A$  与  $B$  相互独立  
 B.  $A$  与  $D$  互为对立事件  
 C.  $B$  与  $C$  互斥  
 D.  $B$  与  $D$  相互独立
12. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,且  $a_i = 1$  或  $a_i = 2$  的概率均为  $\frac{1}{2} (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ . 设  $S_n$  能被 3 整除的概率为  $P_n$ , 则  
 A.  $P_2 = 1$   
 B.  $P_3 = \frac{1}{4}$   
 C.  $P_{11} = \frac{311}{1024}$   
 D. 当  $n \geq 5$  时,  $P_n < \frac{1}{3}$

## 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 有一组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 该样本的平均数和方差均为  $m$ . 在该组数据中加入一个数  $m$ , 得到新的样本数据, 则新样本数据的方差为 \_\_\_\_\_.
14. 两批同种规格的产品, 第一批占 30%, 次品率为 5%; 第二批占 70%, 次品率为 4%. 将两批产品混合, 从混合产品中任取 1 件, 则取到这件产品是合格品的概率为 \_\_\_\_\_.
15. 将杨辉三角中的每一个数  $C_n^k$  都换成成分数  $\frac{1}{(n+1)C_n^k}$ , 就得到一个如图所示的分数三角形, 称为莱布尼茨三角形. 从莱布尼茨三角形可以看出  $\frac{1}{(n+1)C_n^k} + \frac{1}{(n+1)C_n^{k+1}} = \frac{1}{nC_n^k}$ , 令  $a_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \dots + \frac{1}{(n+1)C_n^2} + \frac{1}{(n+2)C_{n+1}^2}$ , 记  $S_n$  是  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $S_n =$  \_\_\_\_\_.



16. 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $\angle PAC = \angle PAB$ ,  $PA = PB = \sqrt{2}$ ,  $AC = 2AB = 4$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ . 若三棱锥  $P-ABC$  的所有顶点都在同一球面上, 则该球的表面积为 \_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

从某酒店开车到机场有两条路线,为了解这两条路线的通行情况,随机统计了走这两条路线各 10 次的全程时间(单位:min),数据如下表所示:

路线一	44	58	66	50	34	42	50	38	62	56
路线二	62	56	68	62	58	61	61	52	61	59

将路线一和路线二的全程时间的样本平均数分别记为  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$ , 样本方差分别记为  $s_1^2$  和  $s_2^2$ , 经计算可得  $\bar{x}=50, \bar{y}=60$ . 更多试题与答案, 关注微信公众号: 三晋高中指南

(1) 求  $s_1^2, s_2^2$ ;

(2) 假设路线一的全程时间  $X$  服从正态分布  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ , 路线二的全程时间  $Y$  服从正态分布  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , 分别用  $\bar{x}, \bar{y}, s_1^2, s_2^2$  作为  $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$  的估计值. 现有甲、乙两人各自从该酒店打车去机场, 甲要求路上时间不超过 60 min, 乙要求路上时间不超过 70 min, 为尽可能满足客人的要求, 司机送甲、乙去机场应该分别选哪条路线?

18. (12 分)

记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a(\cos B + \cos C) + (b+c)\cos(B+C) = 0$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $D$  为线段  $BC$  延长线上的一点, 且  $BA \perp AD, BD = 3CD$ , 求  $\sin \angle ACD$ .

19. (12 分)

某芯片制造企业使用新技术对某款芯片进行试生产. 在试产初期, 该款芯片生产有四道工序, 前三道工序的生产互不影响, 第四道是检测评估工序, 包括智能自动检测与人工抽检.

(1) 在试产初期, 批次  $M$  芯片的生产前三道工序的次品率分别为  $P_1 = \frac{1}{60}, P_2 = \frac{1}{59}, P_3 = \frac{1}{58}$ .

(i) 求批次  $M$  芯片的次品率  $P_M$ ;

(ii) 第四道工序中智能自动检测为次品的芯片会被自动淘汰, 合格的芯片进入流水线并由工人进行抽查检验. 已知智能自动检测显示批次  $M$  芯片的合格率为 98%, 求工人在流水线进行人工抽检时, 抽检一个芯片恰为合格品的概率;

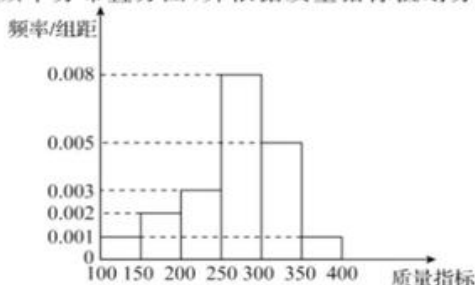
(2) 该企业改进生产工艺后生产了批次  $N$  的芯片, 某手机生产厂商获得批次  $M$  与批次  $N$  的芯片, 并在某款新型手机上使用. 现对使用这款手机的用户回访, 对开机速度进行满意度调查. 据统计, 回访的 100 名用户中, 安装批次  $M$  芯片的有 40 部, 其中对开机速度满意的有 30 人; 安装批次  $N$  芯片的有 60 部, 其中对开机速度满意的有 58 人. 依据  $\alpha = 0.005$  的独立性检验, 能否认为芯片批次与用户对开机速度的满意度有关?

附:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d$ .

$\alpha$	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
$\chi_{\alpha}^2$	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

20. (12 分)

某企业从生产的一批零件中随机抽取 100 件产品作为样本, 检测其质量指标值  $m$  ( $100 \leq m \leq 400$ ), 得到如图所示的频率分布直方图, 并依据质量指标值划分等级如表所示:



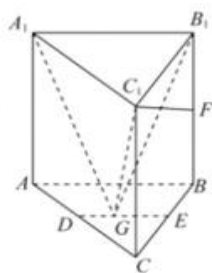
高三六调·数学 第 3 页(共 4 页)

质量指标值 $m$	$150 \leq m < 350$	$100 \leq m < 150$ 或 $350 \leq m \leq 400$
等级	A 级	B 级

- (1) 根据频率分布直方图估计该产品的质量指标值的 60% 分位数；  
 (2) 从样本的 B 级零件中随机抽取 3 件，记其中质量指标值在  $[350, 400]$  的零件的件数为  $\xi$ ，求  $\xi$  的分布列和数学期望；更多试题与答案，关注微信公众号：三晋高中指南  
 (3) 该企业为节省检测成本，采用混装的方式将所有的零件按 500 件一箱包装，已知一件 A 级零件的利润是 10 元，一件 B 级零件的利润是 5 元，以样本分布的频率作为总体分布的概率，试估计每箱零件的利润。

21. (12 分)

如图，直三棱柱  $A_1B_1C_1-ABC$  中，侧面  $AA_1B_1B$  为正方形， $AB = BC = 2$ ， $D, E, F$  分别为  $AC, BC, B_1B$  的中点， $C_1F \perp A_1B_1$ ， $G$  为  $DE$  上一动点。



- (1) 证明： $C_1F \perp A_1G$ ；  
 (2) 求平面  $GA_1C_1$  与平面  $GA_1B_1$  夹角的余弦值的最大值。

22. (12 分)

汽车尾气排放超标是全球变暖、海平面上升的重要因素，我国近几年着重强调可持续发展，加大新能源项目的支持力度，积极推动新能源汽车产业发展，某汽车制造企业对某地区新能源汽车的销售情况进行调查，得到下面的统计表：

年份 $t$	2017	2018	2019	2020	2021
年份代码 $x(x=t-2016)$	1	2	3	4	5
销量 $y$ 万辆	10	12	17	20	26

- (1) 统计表明销量  $y$  与年份代码  $x$  有较强的线性相关关系，求  $y$  关于  $x$  的经验回归方程，并预测该地区新能源汽车的销量最早在哪一年能突破 50 万辆；  
 (2) 为了解购车车主的性别与购车种类(分为新能源汽车与传统燃油汽车)的情况，该企业随机调查了该地区 200 名购车车主的购车情况作为样本，其中男性车主中购置传统燃油汽车的有  $w$  名，购置新能源汽车的有 45 名，女性车主中有 20 名购置传统燃油汽车。  
 (i) 若  $w=95$ ，将样本中购置新能源汽车的性别占比作为概率，用样本估计总体，试用(1)中的经验回归方程预测该地区 2023 年购置新能源汽车的女性车主的人数(假设每位车主只购买一辆汽车，结果精确到千人)；  
 (ii) 设男性车主中购置新能源汽车的概率为  $p$ ，将样本中的频率视为概率，从被调查的所有男性车主中随机抽取 5 人，记恰有 3 人购置新能源汽车的概率为  $f(p)$ ，求当  $w$  为何值时， $f(p)$  最大。

$$\text{附: } \hat{y} = \hat{b}x + \hat{a} \text{ 为经验回归方程, } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

