2022—2023 学年度第二学期期末质量检测

高二文科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. A　2. B　3. D　4. B　5. D　6. D　7. D　8. C　9. A　10. C　11. A　12.C

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分）

13． $\exists x\in\mathrm{R},\sin x>1$　14． 乙　15． 0 或 $-\dfrac{2}{3}$　16． 4

三、解答题（本大题共 6 个小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.（本小题满分 10 分）解:若方程 $x^2-2mx+4=0$ 有两个不等的正根，

则 $\begin{cases}\Delta=4m^2-16>0\\ 2m>0\end{cases}$,解得 $m>2$．

若方程 $x^2+2(m-2)x+1=0$ 无实根，

则 $\Delta=4(m-2)^2-4=4(m^2-4m+3)<0$，解得 $1<m<3$．

∵ $p\wedge q$ 为假，$p\vee q$ 为真，∴ p，q 一真一假．

①当 p 真 q 假时，则 $\begin{cases}m>2\\ m\leqslant 1\text{或}m\geqslant 3\end{cases}$,解得 $m\geqslant 3$．

②当 p 假 q 真时，则 $\begin{cases}m\leqslant 2\\ 1<m<3\end{cases}$,解得 $1<m\leqslant 2$．

综上可得 $1<m\leqslant 2$ 或 $m\geqslant 3$，

∴实数 m 的取值范围是 $(1,2]\cup[3,+\infty)$

18.（本小题满分 12 分）解:（1）$z=\dfrac{2+4m\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{(2+4m\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=1-2m+(2m+1)\mathrm{i}$ ．

因为 z 是纯虚数，所以 $1-2m=0$ 且 $2m+1\neq 0$，

解得 $m=\dfrac{1}{2}$．

（2）因为$\overline{z}$是 z 的共轭复数，所以$\overline{z}=1-2m-(2m+1)i$.

所以$\overline{z}+2z=1-2m-(2m+1)i+2[1-2m+(2m+1)i]$

$=3-6m+(2m+1)i$.

因为复数$\overline{z}+2z$在复平面上对应的点在第一象限，所以$\begin{cases}3-6m>0\\2m+1>0\end{cases}$

解得$-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$，即实数 m 的取值范围为$(-\frac{1}{2}，\frac{1}{2})$.

19.（本小题满分 12 分）解:（1）不喜欢“速度与激情 10”的结局的观众人数为 $1000\times\frac{3}{10}=300$，

完善表格中的数据如下所示：

	男性观众	女性观众	总计
喜欢“速度与激情 10”的结局	400	300	700
不喜欢“速度与激情 10”的结局	100	200	300
总计	500	500	1000

（2）$K^2=\frac{1000\times(400\times200-100\times300)^2}{500\times500\times700\times300}$，即 $K^2\approx47.619>10.828$

故有 99.9%的把握认为观众对电影“速度与激情 10”结局的满意程度与性别具有相关性.

20.（本小题满分 12 分）解:猜想：$k_{OM}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}$.

证明：设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$M(x_0,y_0)$，则有$\begin{cases}x_0=\frac{x_1+x_2}{2},\\y_0=\frac{y_1+y_2}{2},\end{cases}$

$k_{OM}=\frac{y_0}{x_0}=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$，$k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$，

则 $k_{OM}\cdot k_{AB}=\dfrac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}=\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}$.

将 A，B 的坐标代入椭圆方程中可得 $\dfrac{x_1^2}{a^2}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1$①，$\dfrac{x_2^2}{a^2}+\dfrac{y_2^2}{b^2}=1$②，

①-②得 $\dfrac{x_1^2-x_2^2}{a^2}=-\dfrac{y_1^2-y_2^2}{b^2}$，$\therefore\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}=-\dfrac{b^2}{a^2}$，即 $k_{OM}\cdot k_{AB}=-\dfrac{b^2}{a^2}$.

21.（本小题满分 12 分）解:(1)由题意得 $b=\sqrt{3}$，$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$a^2=b^2+c^2$，解得 $a=\sqrt{6}$，

$\therefore$椭圆 C 方程为 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$；

(2)由题目可知 l 不是直线 $y=0$，且 $F_1(-\sqrt{3},0)$、$F_2(\sqrt{3},0)$，

设直线 l 的方程为 $x=my-\sqrt{3}$，点 $B(x_1,y_1)$、$D(x_2,y_2)$，代入椭圆方程，整理得：

$(m^2+2)y^2-2\sqrt{3}my-3=0$，$\therefore y_1+y_2=\dfrac{2\sqrt{3}m}{m^2+2}$①，$y_1\cdot y_2=-\dfrac{3}{m^2+2}$②，

由 $x_1=my_1-\sqrt{3}$，$x_2=my_2-\sqrt{3}$ 得：$x_1+x_2=-\dfrac{4\sqrt{3}}{m^2+2}$③，$x_1\cdot x_2=\dfrac{6-6m^2}{m^2+2}$④，

$\because\overrightarrow{F_2B}=(x_1-\sqrt{3},y_1)$，$\overrightarrow{F_2D}=(x_2-\sqrt{3},y_2)$，由题意知 $\overrightarrow{F_2B}\cdot\overrightarrow{F_2D}=0$，

$\therefore x_1\cdot x_2-\sqrt{3}(x_1+x_2)+y_1\cdot y_2+3=0$，将①②③④代入上式并整理得 $m^2=7$，$\therefore m=\pm\sqrt{7}$，

因此，直线 l 的方程为 $x-\sqrt{7}y+\sqrt{3}=0$ 或 $x+\sqrt{7}y+\sqrt{3}=0$.

22.（本小题满分 12 分）解:(1)$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，

由题意得 $f'(x)=x-\dfrac{a}{x}(x>0)$，

$\therefore$当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$的单调递增区间为$(0,+\infty)$.

当 $a>0$ 时，$f'(x)=x-\dfrac{a}{x}=\dfrac{x^2-a}{x}$

$=\dfrac{(x-\sqrt{a})(x+\sqrt{a})}{x}$.

∴当 $0<x<\sqrt{a}$ 时，$f'(x)<0$，

当 $x>\sqrt{a}$ 时，$f'(x)>0$.

∴当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$的单调递增区间为($\sqrt{a}$，$+\infty$)，单调递减区间为(0，$\sqrt{a}$).

(2)设 $g(x)=\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-\ln x(x>1)$

则 $g'(x)=2x^2-x-\dfrac{1}{x}$.

∵当 $x>1$ 时，$g'(x)=\dfrac{(x-1)(2x^2+x+1)}{x}>0$，

∴$g(x)$在(1，$+\infty$)上是增函数.

∴$g(x)>g(1)=\dfrac{1}{6}>0$.

即 $\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-\ln x>0$，

∴$\dfrac{1}{2}x^2+\ln x<\dfrac{2}{3}x^3$，

故当 $x>1$ 时，$\dfrac{1}{2}x^2+\ln x<\dfrac{2}{3}x^3$ 恒成立.