

2022~2023 学年高三押题信息卷

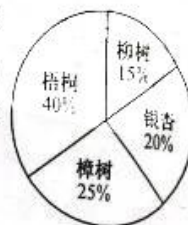
理科数学(二)

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $z = (1+i)m + (3-i)$ 在复平面内对应的点位于第四象限,则实数 m 的取值范围是
A. $(-3, 1)$ B. $(1, 3)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -3)$
2. 已知集合 $P = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}^+, k \leq 10\}$, $Q = \{2, 3, 5\}$, 则集合 $T = \{xy | x \in P, y \in Q\}$ 中元素的个数为
A. 30 B. 28 C. 26 D. 24
3. 为了树立和践行绿水青山就是金山银山的理念, A 市某高中全体教师于 2023 年 3 月 12 日开展植树活动,购买柳树、银杏、梧桐、樟树四种树苗共计 600 棵,比例如图所示。青年教师、中年教师、老年教师报名参加植树活动的人数之比为 5 : 3 : 2,若每种树苗均按各年龄段报名人数比例进行分配,则中年教师应分得梧桐的数量为
A. 30 棵 B. 50 棵
C. 72 棵 D. 80 棵



4. 《九章算术·商功》:“斜解立方,得两堑堵,斜解堑堵,其一为阳马,其一为鳖臑”。意思是一个长方体沿对角面斜解(图 1),得到一模一样的两个堑堵(图 2),再沿一个堑堵的一个顶点和相对的棱斜解(图 2),得到一个四棱锥称为阳马(图 3),一个三棱锥称为鳖臑(图 4)。

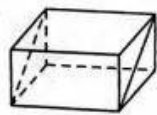


图1

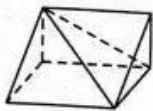


图2

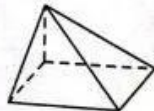


图3

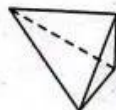


图4

若长方体的体积为 V , 由该长方体斜解所得到的堑堵、阳马和鳖臑的体积分别为 V_1, V_2, V_3 , 则下列等式错误的是

- A. $V_1 + V_2 + V_3 = V$
- B. $V_1 = 2V_2$
- C. $V_2 = 2V_3$
- D. $V_2 - V_3 = \frac{V}{6}$

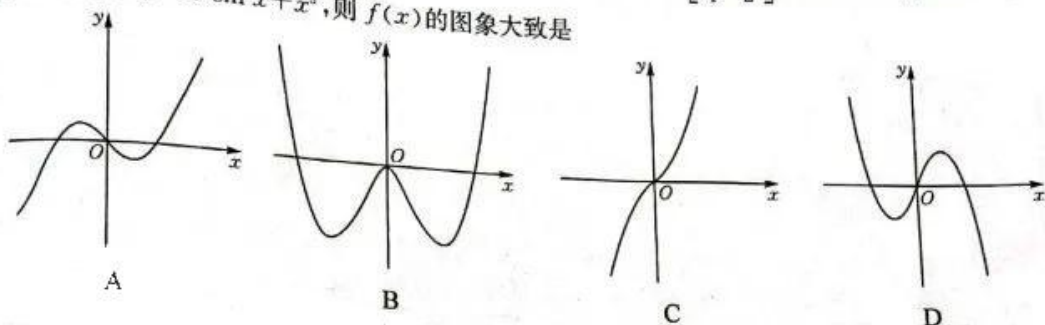
【高三押题信息卷·理科数学(二) 第 1 页(共 4 页)】

5. 黄金分割最早见于古希腊和古埃及. 黄金分割又称黄金率、中外比, 即把一条线段分成长短不等的 a, b 两段, 使得长线段 a 与原线段 $a+b$ 的比等于短线段 b 与长线段 a 的比, 即 $a : (a+b) = b : a$, 其比值约为 $0.618\ 339\dots$. 小王酷爱数学, 他选了其中的 $6, 1, 8, 3, 3, 9$ 这六个数字组成了手机开机密码, 如果两个 3 不相邻, 则小王可以设置的不同密码个数为

- A. 180
B. 210
C. 240
D. 360
6. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, 将函数 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的一半, 纵坐标变为原来的 2 倍, 然后向上平移 1 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则

A. $g(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 1$
B. $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增
C. $g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$ 中心对称
D. $g(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域为 $[\sqrt{2}+1, 3]$

7. 已知函数 $f(x) = x^2 \sin x + x^3$, 则 $f(x)$ 的图象大致是



8. 在平面直角坐标系中, 不等式组 $\begin{cases} x+y \leq 0, \\ x-y \leq 0, \\ x+y^2 \leq r^2 \end{cases}$ (r 为常数) 表示的平面区域的面积为 π , 若 x, y 满足上述

约束条件, 则 $z = \frac{x+y+1}{x+3}$ 的最小值为

- A. $\frac{1}{3}$
B. $-\frac{5\sqrt{2}+1}{7}$
C. -1
D. $-\frac{7}{5}$

9. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2\sqrt{2}$, $|\overrightarrow{AB} + \lambda \overrightarrow{BC}|_{\min} = 2$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{AP} = \sin^2 \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + \cos^2 \alpha \cdot \overrightarrow{AC}$, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$, 则 $|\overrightarrow{MP}|$ 的取值范围为

- A. $\left[\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{5}}{3}\right]$
B. $\left[\frac{4}{3}, \frac{4\sqrt{5}}{3}\right]$
C. $\left[\frac{\sqrt{17}}{3}, \frac{\sqrt{41}}{3}\right]$
D. $\left[\frac{4}{3}, \frac{\sqrt{41}}{3}\right]$

10. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 关于直线 $x+y=m$ 的对称点为 $(2, 1)$, O 为坐标原点, 点 M, N 在 C 上且满足 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$ (M, N 均不与 O 重合), 则 $\triangle MON$ 面积的最小值为

- A. 4
B. 8
C. 16
D. 20

11. 若关于 x 的不等式 $e^x + 3a > a \ln(ax - 3a)$ ($a > 0$) 恒成立, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, e^4)$
B. $(0, e^3)$
C. $(0, e^{-2})$
D. $(0, e^{-4})$

12. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 B + 2\sin^2 C = 4\sin^2 A$, 若 $S_{\triangle ABC} \leq \lambda BC^2$ ($S_{\triangle ABC}$ 表示 $\triangle ABC$ 的面积) 恒成立, 则实数 λ 的取值范围为

- A. $\left[\frac{\sqrt{10}}{6}, +\infty\right)$
B. $\left[\frac{\sqrt{10}}{3}, +\infty\right)$
C. $\left[\frac{\sqrt{10}}{8}, +\infty\right)$
D. $\left[\frac{\sqrt{10}}{4}, +\infty\right)$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知函数 $f(x) = (2^x - 2^{-x}) \left(1 + \frac{a}{2^x - 1}\right)$ 是偶函数, 则实数 $a =$ _____.

14. 已知 $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} + \sin x$, 则 $\sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) =$ _____.

15. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 实轴长为 2, 设直线 l 与双曲线 C 在 y 轴左、右两侧的交点分别是 Q, P , 若以线段 PQ 为直径的圆恰过坐标原点 O , 则 $|OP|^2 + 4|OQ|^2$ 的最小值为 _____.

16. 在四面体 $ABCD$ 中, $AB=1, BC=2, CD=\sqrt{3}$, 且 $AB \perp BC, CD \perp BC$, 异面直线 AB, CD 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, 则该四面体外接球的表面积为 _____.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (本小题满分12分)

手工刺绣是中国非物质文化遗产之一,指以手工方式,用针和线把人的设计和制作添加在任何存在的织物上的一种艺术,大致分为绘制白描图和手工着色、电脑着色,选线、配线和裁布三个环节,简记为工序 A , 工序 B , 工序 C . 经过试验测得小李在这三道工序成功的概率依次为 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$. 现某单位推出一项手工刺绣体验活动,报名费 30 元,成功通过三道工序最终的奖励金额是 200 元,为了更好地激励参与者的兴趣,举办方推出了一项工序补救服务,可以在着手前付费聘请技术员,若某一道工序没有成功,可以由技术员完成本道工序. 每位技术员只完成其中一道工序,每聘请一位技术员需另付费 100 元,制作完成后没有接受技术员补救服务的退还一半的聘请费用.

(1)若小李聘请一位技术员,求他成功完成三道工序的概率;

(2)若小李聘请两位技术员,求他最终获得收益的期望值.

18. (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 A_n 和 B_n , 且对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $a_{n+1} - a_n = \frac{3}{2}(b_{n+1} - b_n)$ 恒成立.

(1)若 $A_n = \frac{3n^2 + 3n}{2}, b_1 = 2$, 求 B_n ;

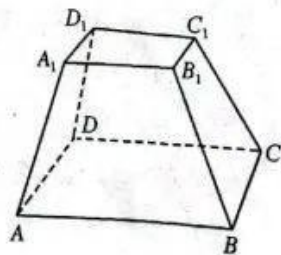
(2)若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $a_n = B_n$ 及 $\frac{b_2}{a_1 a_2} + \frac{b_3}{a_2 a_3} + \frac{b_4}{a_3 a_4} + \dots + \frac{b_{n+1}}{a_n a_{n+1}} < \frac{1}{3}$ 恒成立, 求正整数 b_1 的最小值.

19. (本小题满分12分)

已知正四棱台 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的体积为 $\frac{28\sqrt{2}}{3}$, 其中 $AB = 2A_1 B_1 = 4$.

(1)求侧棱 AA_1 与底面 $ABCD$ 所成的角;

(2)在线段 CC_1 上是否存在一点 P , 使得 $BP \perp A_1 D$? 若存在请确定点 P 的位置; 若不存在, 请说明理由.



(本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 长轴长为 4, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 $P(1, 0)$, 过点 P 作两条直线 l_1, l_2 , 直线 l_1 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 直线 l_2 与椭圆 C 交于 D, E 两点, AB 的中点为 M, DE 的中点为 N . 若直线 l_1 与直线 l_2 的斜率之积为 $\frac{1}{3}$, 判断直线 MN 是否过定点? 若过定点, 求出此定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

1. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{2}e^{2x} + (a-1)e^x - x - \frac{1}{2} (a \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

2. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以 O 为极点, x 轴正半轴

为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos \theta$, 曲线 C_1, C_2 相交于 A, B 两点, 曲线 C_3 经过

变换 $\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = \frac{1}{2}y \end{cases}$ 后得到曲线 C_1 .

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和线段 AB 的长度;

(2) 设点 P 是曲线 C_3 上的一个动点, 求 $\triangle PAB$ 的面积的最小值.

(本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1| + |x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 2x$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq k \left| x - \frac{1}{2} \right|$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

