

杭二中高一新生实验班选拔考试

数学试卷

注意：(1) 本试卷分三部分，17 小题，满分 150 分，考试时间 60 分钟。

(2) 请将解答写在答题卷相应题次上，做在试题卷上无效。

一、选择题。(5 分 $\times$ 6=30 分)

1、如果 a, b, c 是正数，且满足 $a+b+c=9$ ， $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{10}{9}$ ，那么 $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ 的值为 ()。

(A) 6 (B) 7 (C) 9 (D) 10

2、小倩和小玲每人都有若干面值为整数元的人民币。小倩对小玲说：“你若给我 2 元，我的钱数将是你的 n 倍”；小玲对小倩说：“你若给我 n 元，我的钱数将是你的 2 倍”，其中 n 为正整数，则 n 的可能值的个数是 ()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3、若质数 a, b 满足 $a^2 - 9b - 4 = 0$ ，则数据 $a, b, 2, 3$ 的中位数是 ()

(A) 4 (B) 7 (C) 4 或 7 (D) 4.5 或 6.5

4、 $(x^2 - x - 2)^6 = a_{12}x^{12} + a_{11}x^{11} + a_{10}x^{10} + \cdots + a_1x + a_0$ ，则 $a_{12} + a_{10} + a_8 + a_6 + a_4 + a_2 =$ ()

(A) -32 (B) 0 (C) 32 (D) 64

5、若四个互不相等的正实数 a, b, c, d 满足 $(a^{2012} - c^{2012})(a^{2012} - d^{2012}) = 2012$ ， $(b^{2012} - c^{2012})(b^{2012} - d^{2012}) = 2012$ ，则 $(ab)^{2012} - (cd)^{2012}$ 的值为 ()

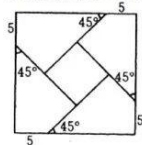
(A) -2012 (B) -2011 (C) 2012 (D) 2011

二、填空题 (6 分 $\times$ 8=48 分)

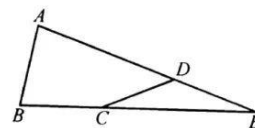
6、设下列三个一元二次方程： $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0$ ； $x^2 + (a-1)x + 1 + a^2 = 0$ ；

$x^2 + 2ax - 2a + 3 = 0$ ，至少有一个方程有实根，则实数 a 的取值范围是_____。

7、如图所示，把大正方形纸片剪成五个部分，在分别距离大正方形的四个顶点 5 厘米处沿 45° 方向剪开，中间的部分正好是小正方形，那么小正方形的面积是_____平方厘米。



7 题图



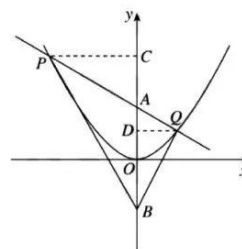
10 题图

8、点 A 为 y 轴正半轴上一点， A, B 两点关于 x 轴对称，过

点 A 任作直线交抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2$ 于 P, Q 两点. 若点 A 的坐

标为 $(0, 1)$ ，且 $\angle PBQ = 60^\circ$ ，则所有满足条件的直线 PQ 的

函数解析式为：_____。

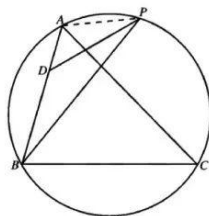


9、能使 $\left| \sqrt{\frac{n}{n+2009}} - 1 \right| > \frac{1}{1005}$ 成立的正整数 n 的值的个数等于_____。

10、如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=BC=CD$ ， $\angle ABC=78^\circ$ ， $\angle BCD=162^\circ$ 。设 AD, BC 延长线交于 E ，则 $\angle AEB =$ _____。

11、 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的一点，使得 $AB=3AD$ ， P 是 $\triangle ABC$ 外接圆上一点，

使得 $\angle ADP = \angle ACB$ ，则： $\frac{PB}{PD}$ 的值=_____。



三、解答题。（12 分 $\times$ 6=72 分）

12、已知 x, y, z 均为非负数，且满足 $x + y + z - 1 = 4 - y - 2z$ 。

(1) 用 x 表示 y, z ；

(2) 求 $u = 2x^2 - 2y + z$ 的最小值。

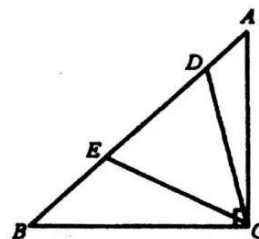
13、由于受到手机更新换代的影响，某手机店经销的 iPhone 手机二 6 月售价比一月每台降价 500 元。如果卖出相同数量的 iPhone6 手机，那么一月销售额为 9 万元，二月销售额只有 8 万元。

(1) 一月 iPhone6 手机每台售价为多少元？

(2) 为了提高利润，该店计划三月购进 iPhone6s 手机销售，已知 iPhone6 每台进价为 3500 元，iPhone6s 每台进价为 4000 元，预计用不多于 7.6 万元且不少于 7.4 万元的资金购进这两种手机共 20 台，请问有几种进货方案？

(3) 该店计划 4 月对 iPhone6 的尾货进行销售，决定在二月售价基础上每售出一台 iPhone6 手机再返还顾客现金 a 元，而 iPhone6s 按销售价 4400 元销售，如要使 (2) 中所有方案获利相同， a 应取何值？

14、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ， D 、 E 是边 AB 上的两点， $AD=3$ ， $BE=4$ ， $\angle DCE=45^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是多少？



15、若直线 $l: y = x + 3$ 交 x 轴于点 A ，交 y 轴于点 B 。坐标原点 O 关于直线 l 的对称点 O' 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上。

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式；

(2) 将直线 l 绕点 A 逆时针旋转角 θ ($0^\circ < \theta < 45^\circ$)，得到直线 l' ， l' 交 y 轴于点 P ，过点 P 作 x 轴的平行线，与上述反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 Q ，当四边形 $APQO'$ 的面积

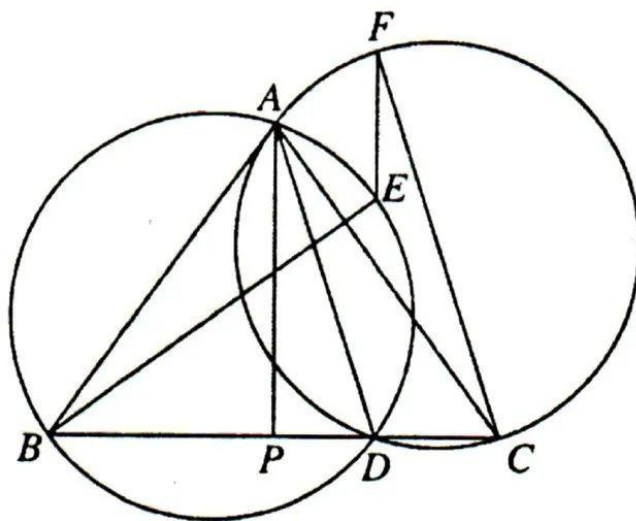
为 $9 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 时，求 θ 的值。

16、已知关于 x 的方程 $(m^2 - 1)x^2 - 3(3m - 1)x + 18 = 0$ 有两个正整数根 (n 是整数)。△ABC

的三边 a 、 b 、 c 满足： $c = 2\sqrt{3}$, $m^2 + a^2m - 8a = 0$, $m^2 + b^2m - 8b = 0$ 。

求：(1) m 的值；(2) △ABC 的面积。

17、如图 △ABC 为等腰三角形，AP 是底边 BC 上的高，点 D 是线段 PC 上的一点，BE 和 CF 分别是 △ABD 和 △ACD 的外接圆的直径，连结 EF，求证： $\tan \angle PAD = \frac{EF}{BC}$



(第 17 题)

附加题(同分优先): 18、如图, 已知 AB 为半圆 O 的直径, 点 P 为直径 AB 上的任意一点. 以点 A 为圆心, AP 为半径作 $\odot A$, $\odot A$ 与半圆 O 相交于点 C ; 以点 B 为圆心, BP 为半径作 $\odot B$, $\odot B$ 与半圆 O 相交于点 D , 且线段 CD 的中点为 M . 求证: MP 分别与 $\odot A$ 和 $\odot B$ 相切.

