华大新高考联盟2017届高三5月教学质量测评

文科数学参考答案和评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	A	B	C	D	A	B	A	B	D	C

12. 求得$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$. 又$f(\frac{1}{x})=f(x)$，而$f(x)$为奇函数且在$[-1,1]$上递增，

$f\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)+f(\cos 2\theta)<f(\pi)-f\left(\frac{1}{\pi}\right)=0$

$\Rightarrow f(\cos 2\theta)<-f\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)=-f(\sin\theta)=f(-\sin\theta)\Rightarrow \cos(2\theta)<-\sin\theta$

$\Rightarrow \sin\theta<-\frac{1}{2}$或$\sin\theta>1$，解之得选C.

二、填空题

13. 3　14. 24　15. 4　16. $\left[\frac{e}{6},+\infty\right)$

三、解答题

17. (1)$\because a_2,a_4,a_2+36$成等差数列，设q为$\{a_n\}$的公比.

$\therefore 2a_4=a_2+a_2+36$，$\therefore a_3q=\frac{a_3}{q}+18$. ……………………（2分）

$\because a_3=12$，$\therefore 12q=\frac{12}{q}+18$.

$\therefore 2q^2-3q-2=0$，$\therefore q=2$或$q=-\frac{1}{2}$. ……………………（4分）

又$a_n>0$，$q=2$，

$\therefore a_n=a_3\times q^{n-3}=12\times 2^{n-3}=3\times 2^{n-1}$. ……………………（6分）

(2)$\because b_3=a_3=12$，设d为$\{b_n\}$的公差，$b_1+2d=12$，

$\therefore b_9=a_5=48$，$\therefore b_1+8d=48$.

解得$d=6$，$b_1=0$. ……………………（9分）

$\therefore b_n=0+(n-1)\times 6=6n-6$.

$\therefore b_{2n+1}=6(2n+1)-6=12n$. ……………………（10分）

$\therefore b_3+b_5+b_7+\cdots+b_{2n+1}=\frac{n(12+12n)}{2}=6n^2+6n$. ……………………（12分）

18. (1)由分层抽样知，抽取男生数为$\frac{1000}{1800}\times 45=25$人，抽取女生数为$\frac{800}{1800}\times 45=20$人，

$\therefore x=25-18-3=4$，$y=20-10-8=2$. ……………………（4分）

(2)依题意列联表如下：

	男生	女生	总计
A类	18	10	28
B类和C类	7	10	17
总计	25	20	45

计算 $K^2=\frac{45\times(18\times10-10\times7)^2}{28\times20\times17\times25}\approx2.288<2.706$.

因此没有 90% 的把握认为课余参加体育锻炼且平均每周参加体育锻炼的时间超过 3 小时与性别有关. ………………………………………………………………………………………………（8 分）

（3）在抽取的样本中，C 类男生设为 a_1,a_2,a_3，C 类女生设为 b_1,b_2，

随机选取三人情况有 $a_1a_2a_3,a_1a_2b_1,a_1a_2b_2,a_1a_3b_1,a_1a_3b_2,a_2a_3b_1,a_2a_3b_2,a_1b_1b_2,a_2b_1b_2,a_3b_1b_2$，共 10 种，满足条件的有 6 种，故男女都有且男生比女生多的概率为 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ……………（12 分）

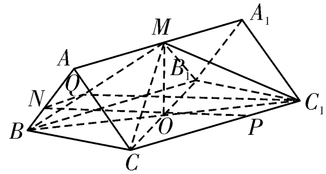
19. 如图，连接 CB_1 交 BC_1 于点 O，连接 MO，

$\because AA_1\perp$ 底面 ABC，$\therefore BM=\sqrt{AB^2+AM^2}$，$MC_1=\sqrt{A_1C_1{}^2+A_1M^2}$.

又 $AB=A_1C_1$，$AM=A_1M$，

$\therefore BM=MC_1$. 又 $\because BCC_1B_1$ 为矩形，

$\therefore O$ 为 BC_1 的中点，$\therefore MO\perp BC_1$. ………………………………（3 分）



连接 MC,MB_1，同理可证 $MO\perp CB_1$，

而 $BC_1\cap CB_1=O$，

$\therefore MO\perp$ 平面 BCC_1B_1，又 $MO\subset$ 平面 BMC_1，

$\therefore$ 平面 $BMC_1\perp$ 平面 BCC_1B_1. ………………………………………………………………（6 分）

（2）在 MB 上取点 Q，使 $MQ=2QB$，

$\because AN=2NB$，

$\therefore NQ \underline{\underline{/\!/}} \frac{1}{3}AM$.

取 $C_1P=\frac{1}{6}C_1C$，而 $AM/\!/C_1P$，　$\therefore C_1P \underline{\underline{/\!/}} \frac{1}{3}AM$.

$\therefore NQ \underline{\underline{/\!/}} PC_1$.

$\therefore$ 四边形 NPC_1Q 为平行四边形. ……………………………………………………………（9 分）

$\therefore NP/\!/QC_1$.

又 $QC_1\subset$ 平面 BMC_1，

$\therefore NP/\!/$ 平面 BMC_1. ………………………………………………………………………（11 分）

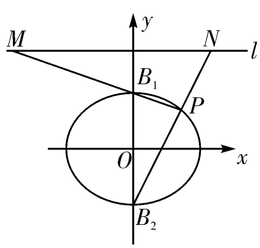
此时 $\frac{CP}{PC_1}=5$. ………………………………………………………………………………（12 分）

（注：利用面面平行证 $NP/\!/$ 平面 BMC_1 参照上面给分）

20. （1）依题意得 $\frac{c}{a}+\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ① ……………………………………………………………………………（1 分）

又 S_1 的最大值为 $\frac{1}{2}\times2b\times a=ab=4\sqrt{2}$，② ……………………………（2 分）



$a^2=b^2+c^2$，③

联立①②③得 $a^2=8,b^2=4,c^2=4$，

$\therefore$ 椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ………………………………（4 分）

（2）如图，设 $P(x_0,y_0)(x_0\neq0)$，$B_1(0,2)$，$B_2(0,-2)$，

$\therefore PB_1$ 的方程为 $\frac{y-2}{y_0-2}=\frac{x}{x_0}$，令 $y=4$ 得 M 的坐标为 $\left(\frac{2x_0}{y_0-2},4\right)$. ……………（5 分）

$\because PB_2$ 的方程为$\dfrac{y+2}{y_0+2}=\dfrac{x}{x_0}$,令 $y=4$ 得 N 的坐标为 $\left(\dfrac{6x_0}{y_0+2},4\right)$. ……………………………………………（6 分）

$\therefore S_1=\dfrac{1}{2}\times4\times|x_0|=2|x_0|$, ……………………………………………………………………………………（7 分）

$S_2=\dfrac{1}{2}\times\left|\dfrac{6x_0}{y_0+2}-\dfrac{2x_0}{y_0-2}\right|\times|4-y_0|=2|x_0|\cdot\dfrac{(4-y_0)^2}{4-y_0^2}(y_0\in(-2,2))$, …………………………（8 分）

又 $\lambda=\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{2|x_0|\cdot\dfrac{(4-y_0)^2}{4-y_0^2}}{2|x_0|}=\dfrac{(4-y_0)^2}{4-y_0^2}$, ………………………………………………………………（9 分）

令 $t=4-y_0(t\in(2,6))$,

$\therefore \lambda=\dfrac{t^2}{4-(4-t)^2}=\dfrac{t^2}{-12+8t-t^2}=\dfrac{1}{-12\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{1}{3}}$.

当 $t=3$ 时,$\lambda_{\max}=3$,此时 $y_0=1$. ………………………………………………………………………………（11 分）

$\therefore x_0=\pm\sqrt{6}$,即点 P 的坐标为$(\pm\sqrt{6},1)$. ……………………………………………………………………（12 分）

21. (1)$\because f(x)=\dfrac{e^x}{x}-ax-b-\dfrac{1}{x}$,

$\therefore f(1)=e-a-b-1$,$f'(x)=\dfrac{e^x x-e^x}{x^2}-a+\dfrac{1}{x^2}$,$f'(1)=-a+1$. ………………………………………（2 分）

$\therefore$ 点$(1,f(1))$处的切线方程为 $y-e+a+b+1=(1-a)(x-1)$,即 $y=(1-a)x+e-b-2$,

由题意知切线方程为 $y=-\dfrac{1}{2}x-2$,

$\therefore 1-a=-\dfrac{1}{2}$,$e-b-2=-2$,

$\therefore a=\dfrac{3}{2}$,$b=e$. ……………………………………………………………………………………………………（4 分）

(2)当 $b=1$,$x<0$ 时,$f(x)<0\Leftrightarrow\dfrac{e^x-ax^2-x-1}{x}<0\Leftrightarrow e^x-ax^2-x-1>0$,

设 $g(x)=e^x-ax^2-x-1$,即 $f(x)<0\Leftrightarrow g(x)>0$. ……………………………………………………………（5 分）

又 $g'(x)=e^x-2ax-1$,令 $h(x)=g'(x)=e^x-2ax-1$.

$\therefore h'(x)=e^x-2a$. ………………………………………………………………………………………………………（6 分）

$\because x<0$ 时,$\therefore e^x<1$.

①当 $2a\leqslant0$ 时,即 $a\leqslant0$,

$\because h'(x)=e^x-2a>0$,$\therefore h(x)$在$(-\infty,0)$上为增函数.

当 $x<0$ 时,则 $h(x)<h(0)=0$,即 $g'(x)<0$,$g(x)$在$(-\infty,0)$上为减函数.

当 $x<0$ 时,$g(x)>g(0)=0$.

$\therefore m$ 为任意负实数,使得当 $x\in(m,0)$时,$f(x)<0$ 恒成立. ……………………………………………（8 分）

②当 $0<2a<1$ 时,即 $0<a<\dfrac{1}{2}$.

由 $h'(x)=e^x-2a=0$ 得 $x=\ln 2a<0$.

当 $x\in(\ln 2a,0)$时,$h'(x)=e^x-2a>0$,$h(x)$在$(\ln 2a,0)$上为增函数.

$x\in(\ln 2a,0)$,则 $h(x)<h(0)=0$,即 $g'(x)<0$, $\therefore g(x)$在$(\ln 2a,0)$上为减函数.

$x<0$,$g(x)>g(0)=0$.

存在 $m=\ln 2a<0$ 为,使得当 $x\in(m,0)$时,$f(x)<0$ 恒成立. …………………………………………（10 分）

③当 $2a \geqslant 1$ 时，即 $a \geqslant \frac{1}{2}$.

$x<0, e^x<1, h'(x)=e^x-2a<0$.

$h(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数.

$x<0$，则 $h(x)>h(0)=0$，即 $g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数.

$x<0$，则 $g(x)<g(0)=0$，$\therefore$ 不存在 m 满足题设条件. …………………………………… (11 分)

综上可知实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$. …………………………………………………… (12 分)

22. 选修 4－4：坐标系与参数方程

(1) $\because (x-1)^2=16\cos^2\theta, (y+1)^2=16\sin^2\theta$，

$\therefore$ 曲线 C 的普通方程为 $(x-1)^2+(y+1)^2=16$. …………………………………………… (2 分)

$\because \rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}m$，$\therefore \rho\sin\theta\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\rho\cos\theta\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}m$.

$\therefore y+x=4m$.

$\therefore$ 直线 l 的直角坐标方程为 $x+y-4m=0$. ………………………………………………………… (5 分)

(2) $\because$ 圆心的坐标为 $(1,-1)$，

$\therefore$ 圆心到直线 l 的距离 $d=\frac{|1-1-4m|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}|m|$. ………………………………………… (7 分)

又 $|AB|=4$，依题意有 $(2\sqrt{2}|m|)^2+2^2=4^2$，

$\therefore m^2=\frac{3}{2}$，$\therefore m=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$. ……………………………………………………………………… (10 分)

23. 选修 4－5：不等式选讲

(1) $\because f(x)=|x+2|+|x-1| \geqslant |(x+2)-(x-1)|=3$，……………………………………… (2 分)

又 $f(0)=|0+2|+|0-1|=3$，

$\therefore f(x) \geqslant f(0)$. ……………………………………………………………………………………… (5 分)

(2) 由 (1) 知 $2f(x)$ 的最小值为 $2\times3=6$.

$f(a+1)=|a+3|+|a|$，……………………………………………………………………………… (6 分)

①当 $a<-3$ 时，

$\because f(a+1)=-2a-3 \leqslant 6$，$\therefore a \geqslant -\frac{9}{2}$.

$\therefore -\frac{9}{2} \leqslant a<-3$. ……………………………………………………………………………………… (7 分)

②当 $-3 \leqslant a \leqslant 0$ 时，

$\because f(a+1)=3 \leqslant 6$ 成立.

$\therefore -3 \leqslant a \leqslant 0$. ………………………………………………………………………………………… (8 分)

③当 $a>0$ 时，

$\because f(a+1)=2a+3 \leqslant 6$，$\therefore a \leqslant \frac{3}{2}$.

$\therefore 0<a \leqslant \frac{3}{2}$. ……………………………………………………………………………………………… (9 分)

综上可知实数 a 的取值范围是 $\left[-\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right]$. …………………………………………………… (10 分)