高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：集合与常用逻辑用语、函数与导数、三角函数、三角恒等变换、解三角形、平面向量、数列、不等式、立体几何、直线与圆。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

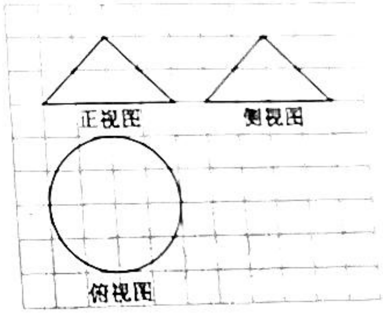
1. 已知集合 $A=\left\{(x,y)\left|\frac{y-2}{x-1}=1\right.\right\}$，$B=\{(x,y)|y=3x-1\}$，则 $A\cap B=$ C.

   A. $\varnothing$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{(1,2)\}$　　D. $\{(2,1)\}$

2. $\sin 33^\circ\sin 63^\circ+\sin 27^\circ\sin 57^\circ=$ C.

   A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

3. 如图为某几何体的三视图(图中小正方形的边长为1)，则该几何体的侧面积为 B.



   A. 4π
   B. $4\sqrt{2}\pi$
   C. 8π
   D. $(4+2\sqrt{2})\pi$

4. 已知点 $A(2,1)$ 在圆 $C:x^2+y^2-2x+my+2=0$ 的外部，则实数 m 的取值范围为 A.

   A. $(-3,-2)\cup(2,+\infty)$
   B. $(-2,2)\cup(3,+\infty)$
   C. $(-2,+\infty)$
   D. $(-3,+\infty)$

   $x^2-2x+1+y^2+my+\frac{m^2}{4}+1=\frac{m^2}{4}$

   $(x-1)^2+(y+\frac{m}{2})^2=\frac{m^2}{4}-1$　　$\frac{m^2}{4}-1>0$

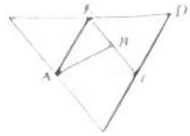
   $(2-1)^2+(1+\frac{m}{2})^2>\frac{m^2}{4}-1$

5. 要得到函数 $f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只要将函数 $g(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象上所有的点 B

   A. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度　　B. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

   C. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度　　D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

6. 如图，某几何体的平面展开图为4个小等边三角形组合而成，B为CE的中点，则在原几何体中AB与CD所成角的余弦值为 D



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

7. "$a=-1$"是"直线$ax+2y+6=0$与直线$x+(a-1)y+a^2-1=0$平行"的 A

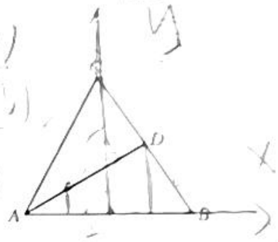
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. 在等边△ABC中，D为BC的中点，点P为△ACD内一点(含边界)，若$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$，则λ的取值范围为 C



A. $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$

B. $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$

C. $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$

D. $\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$

9. 已知圆O的方程为$x^2+y^2=1$，过圆O外一点$P(a,b)$作圆O的两条切线PA，PB，切点分别为A、B，若$\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PA}=8$，则$a+b$的取值范围为 D

A. $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

B. $[-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$

C. $[-3\sqrt{2},3\sqrt{2}]$

D. $[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$

10. 阿波罗尼斯是古希腊著名数学家，与欧几里得、阿基米德并称为亚历山大时期数学三巨匠，他研究发现：如果一个动点M与两个定点的距离之比为常数$\lambda(\lambda>0,\lambda\neq1)$，那么点M的轨迹为圆(人们称之为阿波罗尼斯圆)．在△ABC中，$B(-1,0)$，$C(1,0)$，D为AB的中点，且$|CD|=\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|$，则△ABC面积的最大值为 D

A. $\sqrt{3}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$

11. 已知$a+2^a=2$，$b+\cos 3b=3$，$c+\log_4 c=6$，则a,b,c的大小关系为 B

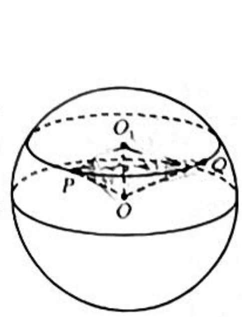
A. $a<c<b$ $0<a<1$

B. $a<b<c$

C. $b<a<c$

D. $b<c<a$

12. 过球心的平面截球所得的截面圆称之为球的大圆．对于球面上两点A，B，过点A，B的球的大圆的劣弧长称为点A与点B之间的球面距离．已知距球心距离为3的平面α截球O得截面圆O_1，点P，Q为圆O_1上的两点，$\cos\angle PO_1Q=\frac{1}{3}$，若OP，OQ与α所成的角均为$\frac{\pi}{6}$，则点P与点Q之间的球面距离为 A



A. 2π

B. π

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 130°，两条异面直线 a,b 满足 $a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，且 $a\perp l$，$b\perp l$，则 a,b 所成角的大小为________.

14. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geq 0,\\ x-3y-1\leq 0,\\ x+y-3\leq 0,\end{cases}$ 则点 $P(x,y)$ 与点 $A(-2,0)$ 连线的斜率的取值范围为________.

$z=\frac{y}{x+1}$

15. 数列 $1,x,1,x,x,1,x,x,x,1,x,x,x,x,1,x,\cdots$，（即在第 n 个 1 与第 $n+1$ 个 1 之间插入 n 个 x），若该数列的前 2 022 项的和为 7 899，则 $x=$ __2__.

~~2021~~ 2022. 8040 4043+

16. 已知 $f(x)$，$g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的两个函数，其中 $f(x)$ 是奇函数，$f(2-x)=f(x)$，$g(2+x)=g(x)$，当 $x\in(0,2]$ 时，$f(x)=\sqrt{1-(x-1)^2}$，$g(x)=\begin{cases}k(x+1),0<x\leq 1,\\ -\frac{1}{2},1<x\leq 2.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$ 在区间 $(0,5]$ 上有 5 个不同的实根，则实数 k 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

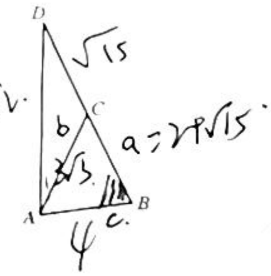
17.（本小题满分 10 分）

已知锐角△ABC 的外接圆的面积为 9π，$AB=4$，$AC=3\sqrt{3}$.

（1）求∠BAC 的正弦值；

（2）设 D 为线段 BC 的延长线上一点，若△ACD 的面积为 $3\sqrt{5}$，求 AD 的长.

$\sin\angle BAC=\frac{2+\sqrt{15}}{6}$



$S_3=a_4-2$ $S_2=a_3-2$. $4=a_3-2$. $S_1=a_2-2$. $S_1=a_n-2$ 1，2，3，6 $3\sqrt{5}$.

$4BC=BC-11$. $BC^2-4BC=11$ $BC^2-4BC+4=15$ $(BC-2)^2=15$ $BC-2=\pm\sqrt{15}$ $\therefore BC=2+\sqrt{15}$

18.（本小题满分 12 分）

已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1=1$，$S_n=a_{n+1}-2$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $b_n=\log_2\frac{2^n a_{n+1}}{3}$，求数列 $\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n.

$S_n=S_{n+1}-S_n-2$. $2S_n=S_{n+1}-2$.

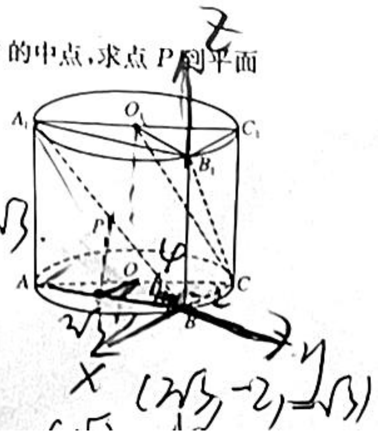
19.（本小题满分 12 分）

如图，在圆柱 OO_1 中，AC，A_1C_1 分别为圆 O，圆 O_1 的直径，AA_1，BB_1，CC_1 为圆柱的母线.

（1）证明：A_1B//平面 $O_1B_1C_1$；

（2）若圆 O 的半径为 2，∠$BAC=30^\circ$，A_1B 与圆柱的底面成 45° 角，点 P 为 A_1B 的中点，求点 P 到平面 O_1B_1C 的距离.

$O_1(0,-2,2\sqrt{3})$
$B_1(0,0,2\sqrt{3})$
$C(-2,0,0)$



20.（本小题满分12分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，点 P 满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=3$，设点 P 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程；

(2)设点 $D(3,0)$，不与坐标轴垂直的直线 l 与 C 相交于不同的两点 E,F，若 x 轴平分 $\angle EDF$，求证：直线 l 过定点.

(x,y) $(-1+x-x+x^2$

$(-1-x)(1-x)+y^2=3$

$(-1-x,-y)$ $(-1+x-x+x^2)+y^2=3$

$(1-x,-y)$ $x^2+y^2=4$

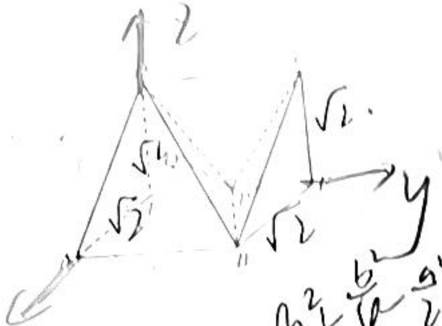
21.（本小题满分12分）

如图，已知四边形 $ABFE$ 和四边形 $CDEF$ 为两个全等的矩形，$DE\perp$ 平面 $ABFE$，P,Q 分别为 EF，BD 的中点.

(1)证明：$PQ\perp$ 平面 ABD；

(2)若 $AE=\sqrt{2}$，二面角 $C-BP-D$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$，求 CD 的长.

$a^2+\frac{b^2}{4}=\frac{a^2b^2}{4}$



$a^2+\frac{b^2}{4}=\frac{a^2}{2}$

$\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{4}$

$\sqrt{a^2+b^2}$

22.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\frac{a}{a^2e^x+1}(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $a=1$，证明：当 $x>0$ 时，$f(x)<\frac{1}{ex}$；

(2)讨论方程 $f(x)=\frac{2-x}{4}$ 的实数解的个数.

$-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

$f(x)=\frac{1}{e^x+1}$

$f'(x)=\frac{1(e^x+1)-(e^x+1)'}{(e^x+1)^2}$

$(m,2\sqrt{2},m$

$\sqrt{2m^2+8}$

$(-m,2\sqrt{2}$

$\sqrt{2m}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。