江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中 新八校

2023 届高三第二次联考理科数学试题

命题人：丰城中学 张燃 审题人：东乡一中 吴可

考试时间：120 分钟 分值：150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in N\mid x^2-3x-4<0\}$，$B=\{x\mid x^2\le 1\}$，则 $A\cap B=$（ ）

A. $\{x\mid -1\le x\le 1\}$ B. $\{x\mid -1<x\le 1\}$ C. $\{1\}$ D.

2. 已知 i 为虚数单位，$z=\dfrac{i+i^2+\cdots+i^{2023}}{1-i}$，则复数 $\bar{z}$ 在复平面上所对应的点在（ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知命题 p：$\forall x\ge 0$，$e^x\ge x^2+1$，则命题 p 的否定为（ ）

A. $\forall x\ge 0$，$e^x<x^2+1$ B. $\forall x<0$，$e^x<x^2+1$

C. $\exists x\ge 0$，$e^x<x^2+1$ D. $\exists x<0$，$e^x<x^2+1$

4. 已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 是单位向量，且 $\vec{a}+\vec{b}=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}-\vec{a}$ 的夹角为（ ）

A. $\dfrac{\pi}{6}$ B. $\dfrac{\pi}{3}$ C. $\dfrac{2\pi}{3}$ D. $\dfrac{5\pi}{6}$

5. 为了响应全国创文明城活动，某单位计划安排五名员工分别去三个小区 A,B,C 参加志愿者服务，每个员工只去一个小区，每个小区至少安排 1 人，员工甲不去小区 A，则不同的安排方法种数共有（ ）种

A. 100 B. 110 C. 140 D. 260

6. 已知 $a=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\cos x+x)dx$，则在 $\left(x^2+x-ay\right)^6$ 的展开式中，含 x^5y^3 的系数为（ ）

A. 480 B. -480 C. 240 D. -240

7. 已知圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 关于直线 $ax+by-1=0(a>0,b>0)$ 对称，则 $\dfrac{b^2+2a}{ab}$ 的最小值为（ ）

A. 3 B. $3+2\sqrt{2}$ C. 2 D. $2+2\sqrt{2}$

8. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传"大衍之数五十"的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项，都代表太极衍生过程中，曾经经历过的两仪数量总和，是中华传统文化中隐藏的世界数学史上第一道数列题．已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_n=\cos^2\dfrac{n\pi}{3}-\sin^2\dfrac{n\pi}{3}$，记 $b_n=(3n-1)a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 60 项和是（ ）

A. 130　　B. -845　　C. 90　　D. -860

9．下列命题中，下列命题正确的个数是（　）

①已知随机变量 $X \sim B\left(n,\frac{2}{3}\right)$，若 $D(3X-1)=6$，则 $n=3$.

②已知随机变量 $\xi \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，且函数 $f(x)=P(x+1<\xi<x+4)$ 为偶函数，则 $\mu=2$.

③函数 $f(x)=\tan(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象的对称中心为 $\left(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},0\right)$，$k\in Z$.

④已知函数 $f(x)=x^3-kx+k$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，则 k 的取值范围是 $(-\infty$

⑤已知函数 $f(x)$ 的定义域为R，若 $f(3x+1)-3x$ 为偶函数，则函数 $\frac{f(x+1)}{x}$ 的图象关于点 $(0,1)$ 对称

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

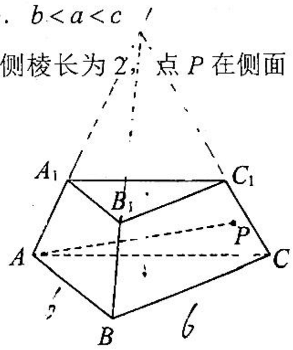
10．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$，$A,B$ 分别是椭圆 C 的左、右顶点，$D(2,0)$，直线 m 经过点B且垂直于 x 轴，P 是椭圆上异于 A,B 的任意一点，直线 AP 交 m 于点 M，则 $k_{DM}\cdot k_{PB}=$（　）

A. $-\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{8}{9}$　　C. $-\frac{8}{3}$　　D. $-\frac{16}{3}$

11．已知 $a=0.8-\ln 0.8$，$b=1.2-\ln 1.2$，$c=1.008-1.008\times\ln 1.008$，则 a，b，c 的大小关系为（　）

A．$b<c<a$　　B．$c<b<a$　　C．$c<a<b$　　D．$b<a<c$

12．如图，已知正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的上、下底面边长分别为4和6，侧棱长为2，点 P 在侧面 BCC_1B_1 内运动（包含边界），且 AP 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值为 $\sqrt{6}$，则所有满足条件的动点 P 形成的轨迹长度为（



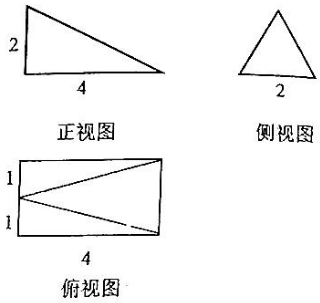
A. $\frac{4\pi}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}\pi}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{7}\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\le 0\\2x-y-2\le 0\\2x+y-2\ge 0\end{cases}$，则 $z=x^2+y^2$ 的最小值为____.

14．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{2m}-\frac{y^2}{m}=1$，现有如下条件：①双曲线 C 的焦距为6；②焦点到其中一条渐近线的距离为2；③与椭圆 $\Gamma:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 共焦点. 从上述三个条件中任选一个作为条件，得到双曲线 C 的方程为______.（只填写一个即可）

15. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的三视图如图所示，则四棱锥 $S-ABCD$ 的外接球的表面积为



16. 已知 $ae^{ax}-\ln(x+\frac{2}{a})-2\geq 0$ 在 $\left(-\frac{2}{a},+\infty\right)$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

必考题：共 60 分.

17. （12 分）记 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin^2 B-\sin B\cdot\sin C-2\sin^2 C=0$.

（1）求 $\frac{b}{c}$ 的值；

（2）若 $BC=4$，求三角形 ABC 面积的最大值.

18. （12 分）甲、乙运动员进行网球比赛，每场比赛采用 5 盘 3 胜制(即有一运动员先胜 3 局即获胜，比赛结束)，甲每盘赢乙的概率为 $\frac{1}{3}$，两人比赛中没有平局.

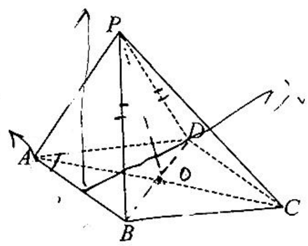
（1）求甲以 3：1 赢球的概率；

（2）为了激发两位运动员的积极性，规定：每赢 1 盘胜方将获得 1000 元的奖金，每盘的输方没有奖金；若连赢 2 盘，则这两盘中的每盘将增加 300 元的奖金；若连赢 3 盘，则这 3 盘中的每盘将增加 600 元的奖金.已知本场比赛第 1 盘乙获胜，第 2 盘甲获胜，记甲在本场比赛中获得的奖金总额为 X 元，求 X 的分布列与数学期望.

19. （12 分）如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PD\perp AB$，且 $PD=PB$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$.

（1）证明：平面 $PAC\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若 $PA\perp PC$，求平面 PCD 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值.



20．（12 分）已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x-a(x-1),a>0$．

（1） 若 $f(x)\geq 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，求 a 的取值范围；

（2）证明：$\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{4n-1}<\ln\sqrt[4]{4n+1}$ $0<a\leq 2$

21．（12 分）已知圆 M 过点 $(0,1)$，且与直线 $y=-1$ 相切．

（1）求圆心 M 的轨迹 Γ 的方程；

（2）过点 $P(2,3)$ 的直线交抛物线 Γ 于 A,B 两点，过点 $Q(6,3)$ 和 A 的直线与抛物线 Γ 交于另一点 C，证明：直线 CB 过定点．

选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

【选修 4-4：坐标系与参数方程】

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1+t^2}{1-t^2} \\ y=\dfrac{2\sqrt{2}t}{1-t^2} \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $k\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$．

（1）求曲线 C 和 l 的直角坐标方程；

（2）已知直线 l 与曲线 C 恰有一个交点，求 k 的值．

【选修 4—5：不等式选讲】

23．已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+1|$．

（1）解不等式 $f(x)\leq 5$；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 M，已知 a，b，c 均为正实数，且 $a+b+c=M$，求证：

$$\frac{a^2+b^3}{b}+\frac{b^2+c^3}{c}+\frac{c^2+a^3}{a}\geq\frac{10}{3}.$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。