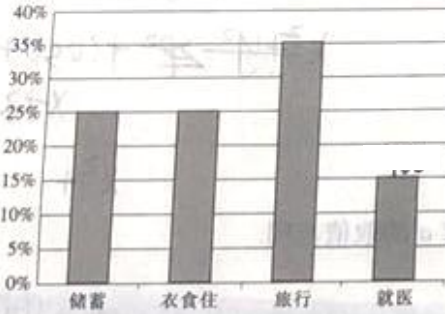
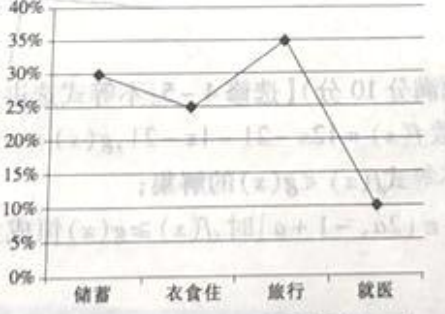


广东省 2018—2019 高三年级期末质量检测考试 数 学(文)卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, $N = \{x | 3 - x^2 > -2x\}$, 则 $M \cap N =$
A. $\{1, 2\}$ B. $\{-1, 1, 2, 3\}$ C. $\{-2, 4\}$ D. $\{-2, -1, 3, 4\}$
2. 若复数 z 满足 $z(1-2i) = i$, 则 $z =$
A. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$ B. $-\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$ C. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ D. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$
3. 已知向量 $a = (1, 1)$, $b = (2, x)$, 若 $a \perp b$, 则 x 的值为
A. 1 B. 2 C. 3 D. -2
4. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{m+1} - \frac{y^2}{m} = 1 (m > 0)$ 的焦距为 6, 则该双曲线的离心率为
A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
5. 若 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{5}{6}$, $\tan \beta = \frac{1}{3}$, 则 $\tan \alpha =$
A. $-\frac{3}{23}$ B. $\frac{23}{3}$ C. $\frac{21}{13}$ D. $\frac{13}{21}$
6. 若干年前,某教师刚退休的月退休金为 6000 元,月退休金各种用途占比统计如下面的条形图。该教师退休后加强了体育锻炼,目前月退休金的各种用途占比统计如下面的折线图,已知目前的月就医费比刚退休时少 100 元,则目前该教师的月退休金为



A. 6500 元

B. 7000 元

C. 7500 元

D. 8000 元

7. 已知函数 $f(x) = \sin \pi x - 1$, 则下列命题中的真命题是

A. 函数 $f(x)$ 的周期是 π

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-1, -1)$ 对称

D. 函数 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ 上单调递增

【数学文(第 1 页)】

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 前 n 项和为 S_n , 若 $S_4 = a_6$, 则 $\frac{S_7}{a_7} =$

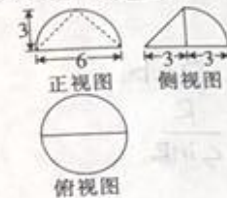
A. $\frac{56}{17}$

B. $\frac{14}{3}$

C. 7

D. $\frac{70}{19}$

9. 已知一个组合体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为



A. 36π

B. $\frac{45\pi}{2}$

C. 18π

D. $\frac{27\pi}{2}$

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 其导函数是 $f'(x)$, 且 $f'(x) \geq 0$, 则满足不等式 $f(\ln t) + \ln t - 1 \leq f(1)$ 的实数 t 的集合是

A. $[e, +\infty)$

B. $[1, +\infty)$

C. $(0, e]$

D. $[e^{-1}, e]$

11. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 一直线与椭圆 E 交于 P, Q 两点, 且线段 PQ 的中点坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 则直线 PQ 的斜率为

A. 1

B. $-\frac{1}{2}$

C. -1

D. $-\sqrt{3}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 -800, 公比为 $-\frac{1}{2}$ 的等比数列, T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项乘积, 则使 T_n 取得最大值的 n 等于

A. 9

B. 10

C. 11

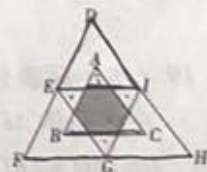
D. 12

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

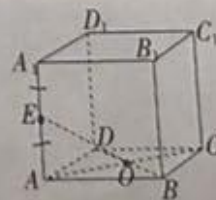
13. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 3^{x^2-2x}, & x \leq 2 \\ -f(x-2), & x > 2 \end{cases}$, 则 $f(7) =$

14. 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} y \geq x, \\ y \geq -2x, \\ x + y \leq 2, \end{cases}$ 若 $z = -\frac{1}{2}x - y$, 则 z 的最小值为

15. 拿破仑为人好学,是法兰西科学院院士,他对数学方面很感兴趣,在行军打仗的空闲时间,经常研究平面几何。他提出了著名的拿破仑定理:以三角形各边为边分别向外(内)侧作等边三角形,则它们的中心构成一个等边三角形。如图所示,以等边 $\triangle GEI$ 的三条边为边,向外作 3 个正三角形,取它们的中心 A, B, C , 顺次连接,得到 $\triangle ABC$, 图中阴影部分为 $\triangle GEI$ 与 $\triangle ABC$ 的公共部分,则往 $\triangle DFH$ 中投掷一点,该点落在阴影部分内的概率为



16. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, AC 交 BD 于 O , E 是棱 AA_1 的中点, 则直线 OE 被正方体外接球所截得的线段长度为



【数学文(第 2 页)】

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其外接圆半径 R 满足 $R^2 + 2a \cos B = a^2 + c^2$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $b = \frac{1}{2}$, 求 $\sqrt{3}a - c$ 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

今年七月,某品种西瓜销售火爆,当日最高气温越高,西瓜价格越高.小王计划向商贩购进该品种西瓜若干,他通过对七月份前 6 天的数据进行研究,发现价格 y (单位:元/千克)与当日最高气温 x (单位:℃)呈线性相关,整理相关数据得到下表:

$\sum_{i=1}^6 (x_i y_i)$	$\sum_{i=1}^6 x_i$	$\sum_{i=1}^6 y_i$	$\sum_{i=1}^6 x_i^2$
851	210	24	7460

(1)根据参考数据,

①建立 y 关于 x 的线性回归方程;

②若某日最高气温为 38°C , 估算购买 8 千克的该种西瓜所需的金额. (精确到 0.1 元)

(2)如果最高气温达到 37°C 以上,气象部门将发布高温橙色预警.已知这 6 天中达到 37°C 以上的有 4 天,现从这 6 天中随机抽取 2 天,求恰有一天发布了高温橙色预警的概率.

附:对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = bx + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘

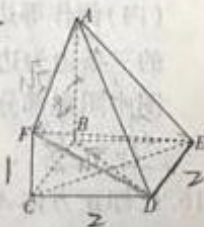
估计分别为 $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - b \bar{x}$.

19. (本小题满分 12 分)

在多面体 $AFCDEB$ 中, $BCDE$ 是边长为 2 的正方形, $CF \parallel AB$, 平面 $ABCF \perp$ 平面 $BCDE$, $AB = 2FC = 2$, $AB \perp CE$.

(1)求证: $BD \perp$ 平面 CFE ;

(2)求该多面体的表面积.

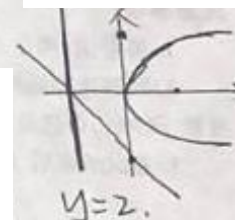


20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2y$, 直线 $l: 16x - 8y + 9 = 0$, 点 A 在抛物线 C 上运动但不在直线 l 上.

(1)判断直线 $l': x + y + 2 = 0$ 与抛物线 C 的位置关系, 并说明理由;

(2)若 $AB \perp x$ 轴, 且直线 AB 与直线 l 交于点 P , $AQ \perp l$, 垂足为 Q , $E(-\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$, 探究 $\frac{|EP|^2}{|EQ|}$ 是否为定值. 若是, 请求出该定值; 若不是, 请说明理由.



21. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x^2 - a(\ln x + 1)$ ($a > 0$).

(1)求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若函数 $y = f(e^x)$ 的图象在 $a = t$ 处的切线斜率在 $t \in [k, +\infty)$ 时单调递增, 求 k 的最小值.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)【选修 4-4:坐标系与参数方程】

已知极坐标系中,点 $M(4\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos^2 \theta + 3\rho^2 \sin^2 \theta - 12 = 0$, 点 N 在曲线 C

上运动,以极点为坐标原点,极轴为 x 轴的正半轴,建立平面直角坐标系,直线 l 的参数方程为

$$\begin{cases} x = 10 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1)求直线 l 的极坐标方程与曲线 C 的参数方程;

(2)求线段 MN 的中点 P 到直线 l 的距离的最大值.

23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5:不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x - 2| - |x - 2|$, $g(x) = x + 1$.

(1)求不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集;

(2)当 $x \in (2a, -1 + a]$ 时 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立,求 a 的取值范围.