2023年普通高等学校招生全国统一考试模拟试卷（二）

数　学　答　案

一、选择题

1．D　　2．B　　3．C　　4．B

5．B　　6．A　　7．A　　8．C

二、选择题

9．AB　　10．BD　　11．BCD　　12．BC

三、填空题

13．0.73　　14．2　　15．840　　16．$\dfrac{4\sqrt{15}}{5}$

详解

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.

【答案】D

【解析】$\because A=\{x|x^2-1=0\}=\{-1,1\}$，$B=\{x|(x-1)(x-2)=0\}=\{1,2\}$，$\therefore A\cup B=\{-1,1,2\}$，又全集$U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$\therefore$图中阴影部分所表示的集合为$C_U(A\cup B)=\{-2,0\}$.

故选：D.

2.

【答案】B

【详解】$\because \vec{a}=(1,2),\vec{b}=(3,4)$，$\therefore 2\vec{a}-\vec{b}=(2,4)-(3,4)=(-1,0)$，$\therefore (2\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=-5$.

故选：B.

3.

【答案】C

【详解】由折线图可得，2017~2022年这6年该地婴幼儿奶粉抽检合格率的极差为99.9%−98.7%=1.2%，故选项A正确；

2017~2022年这6年该地生鲜乳抽检合格率的中位数为$\frac{1}{2}$(99.8%+99.8%)=99.8%，故选项B正确.

2017~2022年这6年该地乳制品抽检合格率的平均数为$\frac{1}{6}$(99.5%+99.5%+99.2%+99.9%+99.9%+99.8%)

≈99.63%>99.6%，故选项 C 错误；

2020~2022 年该地乳制品抽检合格率分别为 99.9%，99.9%，99.8%，均不低于 99.8%，故选项 D 正确.

故选：C.

4.

【答案】B

【详解】依题意，该椭圆中 $2a=1.5$，$2c=0.9$，$\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{(\frac{3}{4})^2-(\frac{9}{20})^2}=\sqrt{\frac{144}{400}}=\frac{3}{5}=0.6$，

∵过椭圆的中心的弦中，最短弦长为短轴长 $2b$，∴最短弦长为1.2米.

故选：B.

5.

【答案】B

【详解】由过点 B 向抛物线 C 的准线作垂线，垂足为 $D(-1,-1)$，可得准线方程为 $x=-1$，$\therefore \frac{p}{2}=1$，$p=2$

∴抛物线 C 方程为 $y^2=4x$，$F(1,0)$，$\therefore B(\frac{1}{4},-1)$，∴直线 AB 方程为 $y=\frac{4}{3}(x-1)$，

由 $\begin{cases} y=\frac{4}{3}(x-1) \\ y^2=4x \end{cases}$ 得 $4x^2-17x+4=0$，$\therefore x_A+x_B=\frac{17}{4}$，$\therefore |AB|=|AF|+|BF|=x_A+x_B+p=\frac{25}{4}$，

故选：B.

6.

【答案】A

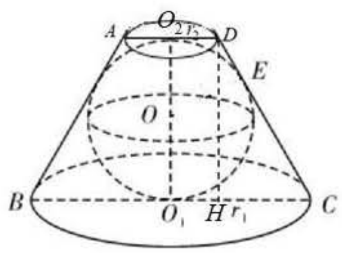
【详解】在圆台的轴截面 $ABCD$ 中，过点 D 向 BC 作垂线，垂足为 H，可得 $DH=O_1O_2=2R$，

$HC=r_1-r_2$，$DC=DE+EC=O_2D+O_1C=r_1+r_2$，

$\therefore Rt\Delta DHC$ 中，由 $DH^2+HC^2=DC^2$，得 $(2R)^2+(r_1-r_2)^2=(r_1+r_2)^2$，

即 $R^2=r_1r_2$，

$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi r_1^2+\pi r_2^2+\pi(r_1+r_2)^2}{4\pi R^2}=\frac{r_1^2+r_2^2+r_1r_2}{2r_1r_2}>\frac{2r_1r_2+r_1r_2}{2r_1r_2}=\frac{3}{2}$，



∴在选项中，经验算，$\frac{S_1}{S_2}$ 的可能的取值为 $\frac{\pi}{2}$.

故选：A.

7.

【答案】A

【解析】$a=\log_9 3\sqrt{3}=\log_{3^2}3^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{4}$，设 $f(x)=\sin x-x$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，则 $f'(x)=\cos x-1\le 0$，$\therefore f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，$\therefore f(\frac{3}{4})=\sin\frac{3}{4}-\frac{3}{4}<f(0)=0$ $\therefore \sin\frac{3}{4}<\frac{3}{4}$，故 $c<a$，

$\because (\pi^{\frac{1}{4}})^4=\pi$，而 $(\frac{4}{3})^4=\frac{256}{81}>3.16>\pi$，$\therefore (\pi^{\frac{1}{4}})^4<(\frac{4}{3})^4$，$\therefore \pi^{\frac{1}{4}}<\frac{4}{3}$，$\therefore \pi^{-\frac{1}{4}}>\frac{3}{4}$ 即 $\pi^{-0.25}>\frac{3}{4}$，故 $b>a$，$\therefore c<a<b$.

故选：A.

8.

【答案】C

【详解】依题意，关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$，即 $ax^3+ax^2-cx-b=0$ 有两个互异的实根 x_1，x_2（$x_1<x_2$），

$\therefore ax^3+ax^2-cx-b=a(x-x_1)^2(x-x_2)$ 或 $ax^3+ax^2-cx-b=a(x-x_2)^2(x-x_1)$.

若 $ax^3+ax^2-cx-b=a(x-x_1)^2(x-x_2)$，则

$ax^3+ax^2-cx-b=ax^3-a(2x_1+x_2)x^2+a(x_1^2+2x_1x_2)x-ax_1^2x_2$

$\therefore \begin{cases}2x_1+x_2=-1\\ ax_1^2x_2=b\\ ab>0\end{cases}$ 可得 $x_1<0<x_2$，满足题意，$\therefore 2x_1+x_2=-1$；

若 $ax^3+ax^2-cx-b=a(x-x_2)^2(x-x_1)$，则

$ax^3+ax^2-cx-b=ax^3-a(x_1+2x_2)x^2+a(x_2^2+2x_1x_2)x-ax_1x_2^2$

$\therefore \begin{cases}x_1+2x_2=-1\\ ax_1x_2^2=b\\ ab>0\end{cases}$ 可得 $x_2<0<x_1$，与 $x_1<x_2$ 矛盾，舍.

故选：C.

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.

【答案】AB

【详解】设虚数 $z=a+bi\left(a,b\in R,b\ne 0\right)$，则 $\left(a+bi\right)^2=\left(a^2-b^2\right)+2abi$，

若 $a=0$，则 $z^2=-b^2$，即 z^2 为负实数；若 $a\ne 0$，则 $z^2=\left(a^2-b^2\right)+2abi$，即 z^2 为虚数；

故选：AB.

10.

【答案】BD

【详解】对于选项A，函数$y=\sin 2x$的最小正周期为$\frac{2\pi}{2}=\pi$，故选项A错误；

对于选项B，函数$y=\sin(x-\frac{\pi}{4})$的最小正周期为2π，当$x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$时，$x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$，

因为$y=\sin x$在$\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$上单调递增，所以$y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$上单调递增，故选项B正确；

对于选项C，函数$y=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$的最小正周期为$2\pi$，当$x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$时，$x+\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，因为$y=\cos x$在$\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，所以$y=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$在$\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，故选项C错误；

对于选项D，函数$y=|\tan\frac{1}{2}x|$的最小正周期为2π，且在区间$(0,\frac{\pi}{4})$上单调递增，故选项D正确.

故选：BD.

11.

【答案】BCD

【解析】当$x=1$时，$a_0+a_1+a_2+\ldots+a_6=(1-2)^6=1$，①故选项A错误；

当$x=-1$时，$a_0-a_1+a_2+\ldots+a_6=(1+2)^6=3^6$，②，

①−②$=2(a_1+a_3+a_5)=1-3^6$，解得：$a_1+a_3+a_5=\frac{1-3^6}{2}=-364$，故选项B正确；

$f'(x)=-12(1-2x)^5=a_1+2a_2x+3a_3x^2+\ldots+6a_6x^5$，令$x=1$得$a_1+2a_2+3a_3+\ldots+6a_6=-12(1-2)^5=12$，故选项C正确；

$f(5)=9^6=(8+1)^6=8^6+C_6^1\cdot8^5+C_6^2\cdot8^4+\ldots+C_6^5\cdot8+1$，所以$f(5)$被8整除余数为1，故选项D正确.

故选：BCD.

12.

【答案】BC

【解析】由$y=ae^x$得$e^x=\frac{y}{a}$，所以$x=\ln\frac{y}{a}$，将字母x，y互换得到函数$y=\ln\frac{x}{a}$即$y=\ln x-\ln a$，所以两函数互为反函数，它们的图像关于直线$y=x$对称，则l_1，l_2也关于直线$y=x$对称，故$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$，

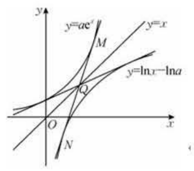
所以$\sin\alpha=\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)=\cos\beta$，选项A错误；

依题意，α，β均为锐角，所以$\tan\alpha>0$，$\tan\beta>0$，

故 $\tan\alpha+\tan\beta=\tan\alpha+\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}\geq 2\sqrt{\tan\alpha\cdot\frac{1}{\tan\alpha}}=2$（当且仅当 $\tan\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$ 即

$\tan\alpha=1$ 时，取得等号，此时 $\alpha=\beta=\frac{\pi}{4}$，切线 l_1，l_2 重合），选项 B 正确；

设 l_1 与两函数图像分别切于点 M、点 N，如图，



则 $\angle OQN=\frac{\theta}{2}$，若 $\tan\theta=\frac{3}{4}$，则 $\dfrac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{3}{4}$，解得 $\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{3}$ 或 -3（舍），

故 $k_{MN}=\tan(\frac{\theta}{2}+45^\circ)=\dfrac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=2$，故曲线 $y=ae^x=e^{x+\ln a}$ 的斜率为 2 的切线方程为

$y=2(x+\ln a)-2\ln 2+2$，曲线 $y=\ln x-\ln a$ 的斜率为 2 的切线方程为 $y=2x-\ln 2-1-\ln a$，所以

$-\ln 2-1-\ln a=2\ln a-2\ln 2+2$，则 $\ln a^3=\ln 2-3$，则 $a^3=\frac{2}{e^3}$，C 正确；由图可知点 Q 必在第一象限，D 错误.

故选：BC.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.

【答案】0.73

【解析】∵ X 服从正态分布 $N(3,\sigma^2)$，∴正态分布曲线的对称轴为 $x=3$，又 $P(X<1)=0.27$，∴

$P(X>5)=0.27$，∴ $P(X\leq 5)=1-0.27=0.73$.

故答案为：0.73.

14.

【答案】2

【解析】ΔABC 中，$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{4}$，若 $A=C$，则 $a=c$，若

$\cos B=\cos(\pi-2C)=-\cos 2C=1-2\cos^2 C=\frac{7}{8}$，

又$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=ac\cos B=a^2\times\frac{7}{8}=14$，$\therefore a=c=4$，代入$a^2+b^2=c^2+\frac{1}{2}ab$，可得$b=2$.

故答案为：2.

15.

【答案】840

【解析】依题意要使各位数字之和为偶数则可能是2个奇数2个偶数，或者4个奇数.

若为2个奇数2个偶数，则奇数一定排在个位，有$C_5^2C_4^2C_2^1A_3^3=720$个数字；若为4个奇数，则有$A_5^4=120$个数字；综上可得一共有$720+120=840$个数字.

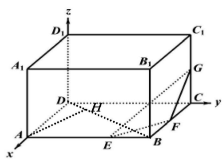
故答案为：840.

16.

【答案】$\frac{4\sqrt{15}}{5}$

【解析】以D为坐标原点，$\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}$的方向分别为$x,y,z$轴的正方向，可建立如图所示空间直角坐标系，

则$E\left(4,\frac{4\sqrt{6}}{3},0\right)$，$F\left(2,2\sqrt{6},0\right)$，$G\left(0,2\sqrt{6},2\right)$，$B_1\left(4,2\sqrt{6},4\right)$，



设$P(x,y,0)$，$\therefore\overrightarrow{PB_1}=\left(4-x,2\sqrt{6}-y,4\right)$，$\overrightarrow{EF}=\left(-2,\frac{2\sqrt{6}}{3},0\right)$，$\overrightarrow{FG}=(-2,0,2)$，

$\because B_1P\perp$平面EFG，$\therefore\begin{cases}\overrightarrow{PB_1}\cdot\overrightarrow{EF}=-2(4-x)+\frac{2\sqrt{6}}{3}\left(2\sqrt{6}-y\right)=0\\\overrightarrow{PB_1}\cdot\overrightarrow{FG}=-2(4-x)+8=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$，$\therefore P(0,0,0)$与$D$重合，则点$A$到平面$PBB_1$的距离即是点$A$到平面$DBB_1$的距离. 作$AH\perp BD$，垂足为$H$，易证$AH\perp$平面$DBB_1$，点$A$到平面$DBB_1$的距离即为线段$AH$的长，

$$AH=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{2\sqrt{6}\cdot 4}{2\sqrt{10}}=\frac{4\sqrt{15}}{5}.$$

故答案为：$\frac{4\sqrt{15}}{5}$.

四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分10分）

解：(Ⅰ) 因为抛一个硬币得到正面或反面向上是等可能的，所以回答第一个问题的人数为$300\times\frac{1}{2}=150$，

回答第二个问题的人数也为150人.

因为身份证号码最后一个数是否为奇数是等可能的，所以回答第一个问题，选择“是”的学生人数为

$150\times\frac{1}{2}=75$人，则回答第二个问题，选择“是”的同学人数为10人，

所以估计该校学生对新校规持认可态度的概率为$\frac{10}{150}=\frac{1}{15}$. ……………………………5分

（Ⅱ）由题知，2×2列联表如下：

	男生	女生	合计
认可新校规	15	5	20
不认可新校规	135	145	280
合计	150	150	300

……………………………7分

因为$K^2=\frac{300\times(15\times145-5\times135)^2}{150\times150\times20\times280}=\frac{75}{14}\approx5.357>5.024$， ……………………………9分

所以有97.5%的把握认为学生对新校规持认可态度与性别有关. ……………………………10分

18.（本小题满分12分）

解：（Ⅰ）根据表中已知数据，得$A=2$，

又由$\begin{cases}\frac{\pi}{12}\omega+\varphi=0\\ \frac{7\pi}{12}\omega+\varphi=\pi\end{cases}$，解得$\omega=2$，$\varphi=-\frac{\pi}{6}$， ……………………………3分

$\therefore f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ ……………………………4分

函数$f(x)$的单调递增区间为$[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}]$，$k\in Z$. ……………………………6分

（Ⅱ）依题意，$g(x)=f(\frac{\pi}{2}-x)=2\sin[2(\frac{\pi}{2}-x)-\frac{\pi}{6}]=2\sin[\pi-(2x+\frac{\pi}{6})]=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

……………………………7分

$\because x\in[m,n]$，$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in[2m+\frac{\pi}{6},2n+\frac{\pi}{6}]$，

又$\because$值域为$[-2,1]$，即$-2\le2\sin(2x+\frac{\pi}{6})\le1$，

$\therefore -1\le\sin(2x+\frac{\pi}{6})\le\frac{1}{2}$， ……………………………9分

在正弦函数$y=\sin x$的一个周期内，要满足上式，结合正弦函数性质，有

$\left[(2n+\frac{\pi}{6})-(2m+\frac{\pi}{6})\right]_{max}=(2n-2m)_{max}=\frac{\pi}{6}-(-\frac{7\pi}{6})=\frac{4}{3}\pi$，

$\left[(2n+\frac{\pi}{6})-(2m+\frac{\pi}{6})\right]_{min}=(2n-2m)_{min}=\frac{\pi}{6}-(-\frac{\pi}{2})=\frac{2\pi}{3}$，

$\therefore n-m$ 的最大值为 $\frac{2}{3}\pi$，最小值为 $\frac{\pi}{3}$. ……………………………………12 分

19.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n^2+n}{2}-\frac{(n-1)^2+(n-1)}{2}=n$

又 $n=1$ 时，$a_1=S_1=1$ 也成立，

$\therefore a_n=n$ ……………………3 分

$\because b_2=a_2=2$，$b_3=a_3+1=4$

$\therefore$ 等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 $\frac{b_3}{b_2}=2$，$\therefore b_1=\frac{b_2}{2}=1$

$\therefore b_n=2^{n-1}$. ……………………………………6 分

（Ⅱ）$\because c_n=\begin{cases}-n\cdot 2^n，n为奇数，\\ n\cdot 2^{n-1}，n为偶数，\end{cases}$

$\therefore c_{2n-1}+c_{2n}=-(2n-1)\cdot 2^{2n-1}+2n\cdot 2^{2n-1}=2^{2n-1}$， ……………………………………10 分

$\therefore \{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 $T_{2n}=c_1+c_2+c_3+c_4+\cdots+c_{2n-1}+c_{2n}$

$=(c_1+c_2)+(c_3+c_4)+\cdots+(c_{2n-1}+c_{2n})$

$=2+2^3+2^5+\cdots+2^{2n-1}=\frac{2(1-4^n)}{1-4}=\frac{2}{3}(4^n-1)$. ……………12 分

20.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）依题意，在 ΔABC 中，$\angle ABC=60^\circ$，$AB=2$，$BC=1$，由余弦定理可得 $AC=\sqrt{3}$，

$\because AC^2+BC^2=AB^2$，$\therefore AC\perp BC$， ……………………………………2 分

$\because AD//BC$，$\therefore AD\perp AC$，又 $PD\perp AC$，$PD\cap AD=D$，

$\therefore AC\perp$ 平面 PAD， ……………………………………3 分

$\because PA\subset$ 平面 PAD，$\therefore AC\perp PA$，

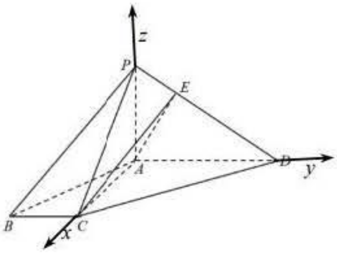
$\because PA\perp CD$，$\therefore AC\cap CD=C$，

$\therefore PA\perp$平面$ABCD$. ……………………………………5 分

（Ⅱ）20.

（Ⅱ）以A为坐标原点，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AP}$的方向分别为x轴，y轴，z轴的正方向，设$AP=m$，

则$A(0,0,0)$，$C(\sqrt{3},0,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,m)$，$E(0,\frac{2}{3},\frac{2}{3}m)$ ……………………………………6分



由（Ⅰ）可知，$AD\perp$平面PAC，$\therefore$平面PAC的一个法向量为$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$，

设平面EAC的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，且$\overrightarrow{AC}=(\sqrt{3},0,0)$，$\overrightarrow{AE}=(0,\frac{2}{3},\frac{2}{3}m)$，

由$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}\sqrt{3}x=0\\ \frac{2}{3}y+\frac{2}{3}mz=0\end{cases}$，取$\vec{n}=(0,m,-1)$， ……………………………………9 分

$\because$平面PAC与平面EAC的夹角的余弦值为$\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore|\cos<\overrightarrow{AD},\vec{n}>|=|\frac{\overrightarrow{AD}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{AD}||\vec{n}|}|=\frac{|2m|}{2\sqrt{1+m^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，解得$m=3$. ……………………………11 分

$\therefore$四棱锥$P-ABCD$的体积为$\frac{1}{3}\times PA\times S_{ABCD}=\frac{1}{3}\times3\times\frac{1}{2}(1+2)\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ………………12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由$f(0)=-1$，得$b=-1$，

$\because f'(x)=a(\cos x-x\sin x)$，依题意，$f'(\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}a=-\pi$，$\therefore a=2$， ………………2 分

$\therefore f(x)=2x\cos x-1$，$f'(x)=2(\cos x-x\sin x)$，

$\therefore f''(x)=2(-2\sin x-x\cos x)=-2(2\sin x+x\cos x)$，

$\because x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，$\therefore f''(x)<0$，

$\therefore f(x)$ 在区间 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 上为凸函数 ……………………………………6 分

（Ⅱ）（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f'(x)$ 在区间 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 内单调递减，又 $f'(0)=2>0$，$f'(\dfrac{\pi}{2})=-\pi<0$，

$\therefore \exists x_0\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，使得 $f'(x_0)=0$，

当 $0<x<x_0$ 时，$f'(x)>0$；当 $x_0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f'(x)<0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 内单调递增，在 $(x_0,\dfrac{\pi}{2})$ 内单调递减，……………………………………9 分

$\because f(0)=-1<0$，$f(\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}-1>0$，$f(\dfrac{\pi}{2})=-1<0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{4})$ 及 $(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$ 内各有一个零点，即 $f(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 内有两个不同的零点. ……12 分

22.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）因为 $F(\sqrt{3},0)$，渐近线 $y=\dfrac{b}{a}x$ 过点 $(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，

所以 $\begin{cases}c=\sqrt{3}\\ \dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ c^2=a^2+b^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}c=\sqrt{3}\\ a=\sqrt{2}\\ b=1\end{cases}$，所以 $C_1:\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$， ……………………………2 分

由抛物线 $C_2:y^2=2px$ 经过点 $(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$

得 $2p=(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2=\dfrac{1}{2}$，所以 $C_2:y^2=\dfrac{1}{2}x$ ……………………………………4 分

（Ⅱ）（ⅰ）由 $\begin{cases}y^2=\dfrac{1}{2}x\\ \dfrac{x^2}{2}-y^2=1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$，故 $A(2,1)$. ……………………………………5 分

因为 M,N 在 C_1 的左右两支，所以直线 l 的斜率存在，

设l的方程为$y=kx+m$，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$

由$\begin{cases} y=kx+m \\ \dfrac{x^2}{2}-y^2=1 \end{cases}$得$(1-2k^2)x^2-4kmx-2m^2-2=0$，

由$\begin{cases} 1-2k^2\neq 0 \\ \Delta=(4km)^2-4(1-2k^2)(-2m^2-2)>0 \end{cases}$得$\begin{cases} 1-2k^2\neq 0 \\ 1-2k^2>m^2 \end{cases}$ （*）

且$x_1+x_2=\dfrac{4km}{1-2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{-2m^2-2}{1-2k^2}$. ……………………………7 分

因为$AM\perp AN$，所以$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=0$，所以$(x_1-2)(x_2-2)+(y_1-1)(y_2-1)=0$，

所以$(x_1-2)(x_2-2)+(kx_1+m-1)(kx_2+m-1)=0$

即$(1+k^2)x_1x_2+[k(m-1)-2](x_1+x_2)+(m-1)^2+4=0$

所以$(1+k^2)\dfrac{-2m^2-2}{1-2k^2}+[k(m-1)-2]\dfrac{4km}{1-2k^2}+(m-1)^2+4=0$

即$12k^2+8mk+m^2+2m-3=0$，

整理化简得：$(6k+m+3)(2k+m-1)=0$.

因为$A(2,1)$不在直线l：$y=kx+m$上，所以$2k+m-1\neq 0$.

所以$6k+m+3=0$，故$m=-6k-3$，

直线l的方程为$y=kx-6k-3=k(x-6)-3$,

故l过定点$(6,-3)$. ……………………………………………………………10 分

（ii）记$B(6,-3)$，又$A(2,1)$，且$\angle ADB$为直角，

所以D在以线段AB为直径的圆上，线段AB的中点$P(4,-1)$即为圆心，半径

$|DP|=\dfrac{1}{2}|AB|=2\sqrt{2}$为定值.

故存在点$P(4,-1)$，使得$|DP|$为定值. ………………………………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。