



2022~2023 年度河南省高三年级模拟考试 数学(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分. 考试时间 120 分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容.

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 9 \leq 0\}$, $B = \{x | x + 2a \leq 0\}$, 且 $A \cap B = \{x | -3 \leq x \leq 2\}$, 则 $a =$
A. -1 B. 1 C. 2 D. 3
2. 若 $z = 1 - i$, 则 $|z^2 + 3 - 2i| =$
A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 3 D. $3\sqrt{2}$
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (x + 2, -3)$, $\mathbf{b} = (1 - 3x, 2)$, 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $x =$
A. -2 B. 2 C. 1 D. -1
4. 下列函数中, 在定义域内既是奇函数又单调递增的是
A. $f(x) = \sin x - x^2$ B. $f(x) = \ln(2 - x) - \ln(x + 2)$
C. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ D. $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$
5. 已知某圆台的上底面和下底面的面积分别为 3π , 12π , 高为 6, 则该圆台的体积为
A. 36π B. 40π C. 42π D. 45π
6. $x^2(2x - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项为
A. -160 B. 60 C. 240 D. -192
7. 我国古代数学著作《算法统宗》中有如下问题,“今有善走者,日增等里,首日行走一百里,九日共行一千二百六十里,问日增几何?”其大意是,现有一位善于步行的人,第一天行走了一百里,以后每天比前一天多走 d 里,九天他共行走了一千二百六十里,求 d 的值. 关于该问题,下列结论错误的是
A. $d = 15$ B. 此人第三天行走了一百二十里
C. 此人前七天共行走了九百一十里 D. 此人前八天共行走了一千零八十里
8. 函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后,与函数 $g(x) = \sin 2x$ 的图象重合,则 $f(x)$ 的单调递减区间为
A. $[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{3}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)
C. $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$) D. $[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $a(\sin A - \sin C) + c \sin C = b \sin B$ 。

(1) 求角 B ；

(2) 若 $b=5$ ，求 $\triangle ABC$ 周长的最大值。

18. (12 分)

甲、乙两家公司生产同一种零件，其员工的日工资方案如下，甲公司，底薪 140 元，另外每生产一个零件的工资为 2 元；乙公司，无底薪，生产 42 个零件以内(含 42 个)的员工每个零件 4 元，超出 42 个的部分每个 5 元。假设同一公司的员工一天生产的零件个数相同，现从这两家公司各随机选取一名员工，并分别记录其 30 天生产的零件个数，得到如下频数表。

甲公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	38	39	40	41	42
天数	5	9	5	6	5

乙公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	40	41	42	43	44
天数	3	9	6	9	3

若将频率视为概率，回答以下问题。

(1) 现从记录甲公司某员工 30 天生产的零件个数中随机抽取 3 天的个数，求这 3 天生产的零件个数都不高于 39 的概率；

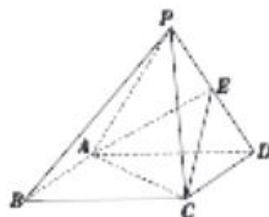
(2) 小明打算到甲、乙两家公司中的一家应聘生产零件的工作，如果仅从日工资的角度考虑，请利用所学的统计学知识为小明做出选择，并说明理由。

19. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是菱形， E 是 PD 的中点， $PA=PD=3, AB=2, \angle ABC=60^\circ$ 。

(1) 证明， $PB \parallel$ 平面 EAC 。

(2) 求直线 EC 与平面 PAB 所成角的正弦值。



20. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 且点 $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 在双曲线 C 上.

(1) 求双曲线 C 的方程.

(2) 过点 F 的直线与双曲线 C 的右支交于 A, B 两点, 在 x 轴上是否存在不与 F 重合的点 P , 使得点 F 到直线 PA, PB 的距离始终相等? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{ax} - \frac{1}{2}ax^2 - x - 1$.

(1) 当 $a \geq 1$ 时, 证明, 对任意的 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \geq 0$.

(2) 证明, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > 2\ln(n+1) - n\ln 2 (k \in \mathbf{N}^*, n \in \mathbf{N}^*)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. 「选修 4-4, 坐标系与参数方程」(10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + \sqrt{3}t, \\ y = 2 + t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho - \frac{5}{\rho} = 4\sin \theta$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l 与 y 轴交于点 A , 与曲线 C 交于 M, N 两点, 求 $\frac{1}{|AM|^2} + \frac{1}{|AN|^2}$ 的值.

23. 「选修 4-5, 不等式选讲」(10分)

已知函数 $f(x) = |3x+1| - |2x-3|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集;

(2) 若正数 a, b 满足 $a+b=ab$, 证明, 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 任意的正数 a, b , $f(x) + 4a + b \geq |x - \frac{3}{2}| + \frac{7}{2}$ 恒成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线