树德中学高2020级高三下期2月开学考试数学试题（文科）

命题人： 考试时间：120分钟 全卷满分：150分

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

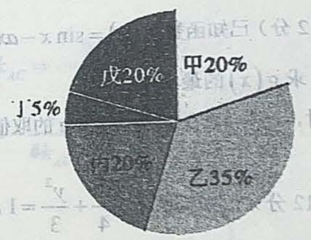
1．设集合 $A=\{1,2,x\}$，$B=\{2,x^2\}$，且 $A\cup B=A$，则 $x=$（ ）

A. -1　　B. 1　　C. -1 或 0　　D. -1 或 0 或 1

2．设复数 $z=\dfrac{1+i}{7+4i}$，其在复平面内的对应的点记为 Z，则（ ）

A. z 的虚部为 $-\dfrac{3}{65}i$　　B. $\bar{z}=\dfrac{11}{65}-\dfrac{3}{6}$　　C. Z 在第四象限　　D. $|z|=\dfrac{8}{65}$

3．某国有企业响应国家关于进一步深化改革，加强内循环的号召，不断自主创新提升产业技术水平，同时积极调整企业旗下的甲、乙、丙、丁、戊等5种产品的结构比例，近年来取得了显著效果．据悉该企业2022年5种系列产品年总收入是2021年的2倍，其中5种系列产品的年收入构成比例如下图所示．则以下说法错误的是（ ）



A. 2022年甲系列产品收入和2021年的一样多

B. 2022年乙和丙系列产品收入之和比2021年的企业总收入还多

C. 2022年丁系列产品收入是2021年丁系列产品收入的 $\dfrac{1}{3}$

D. 2022年戊系列产品收入是2021年戊系列产品收入的2倍还多

4．"攒尖"是中国古代建筑中屋顶的一种结构形式，依据其不同的形状特征分为圆形攒尖、三角攒尖、四角攒尖、六角攒尖等，多见于亭阁式建筑．如图所示，某园林中的一种亭阁式建筑为六角攒尖，它的主要部分的轮廓可以近似看作为一个正六棱锥．设此正六棱锥的侧面等腰三角形的顶角为 2θ，则该正六棱锥的侧棱长 a 与其底面内切圆半径 r 的比为（ ）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3\sin\theta}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3\cos\theta}$　　C. $\dfrac{1}{2\sin\theta}$　　D. $\dfrac{1}{2\cos\theta}$

5．已知 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-1,3)$，则 $\vec{a}-\vec{b}$ 在 $\vec{a}+\vec{b}$ 方向上的投影所对应向量的坐标为（ ）

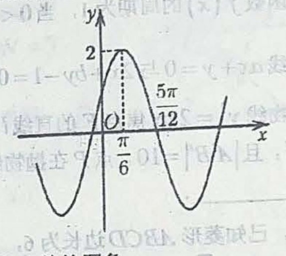
A. $(0,1)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(0,-1)$　　D. $(0,1)$

6．若 $\theta\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$，且 $\cos^2\theta+\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$，则 $\tan\theta=$（ ）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 3　　D. $2\sqrt{3}$

2023-2　高三数

7．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(x\in R, A>0, \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列说法正确的是（　　）



A. 直线 $x=\pi$ 是函数 $y=f(x)$ 的图象的一条对称轴

B. 函数 $y=f(x)$ 的图象的对称中心坐标为 $\left(k\pi-\frac{\pi}{12},0\right)$，$k\in Z$

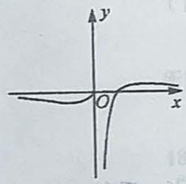
C. 函数 $y=f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增

D. 将函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后，可得到一个奇函数的图象

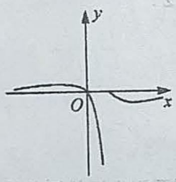
8．ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，满足 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$．若 ΔABC 为锐角三角形，且 $a=3$，则当 ΔABC 面积最大时，其内切圆面积为（　　）

A. 9π　　B. 3π　　C. $\frac{9}{4}\pi$　　D. $\frac{3}{4}\pi$

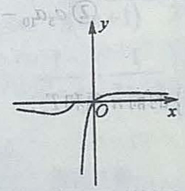
9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln x}{x}, & x>0\\ xe^x, & x\le 0\end{cases}$，则函数 $y=f(1-x)$ 的图象大致是（　　）



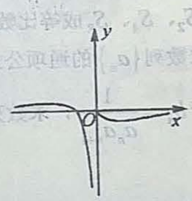
A.



B.



C.



D.

10．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的右焦点为 F，两条渐近线分别为 l_1、l_2，过 F 且与 l_1 平行的直线与双曲线 C 及直线 l_2 依次交于点 B、D，点 B 恰好平分线段 FD，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

11．已知 $a=\frac{2}{5}$，$b=e^{-\frac{3}{5}}$，$c=\ln 5-\ln 4$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

12．已知函数 $f(x)=x^4-x^2+x-1$，则下列四个说法中正确的个数为（　　）

①曲线 $y=f(x)$ 上存在三条互相平行的切线；　②函数 $y=f(x)$ 有唯一极值点；

③函数 $y=f(x)$ 有两个零点；　④过坐标原点 O 可作曲线 $y=f(x)$ 的切线．

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

（文）　第 1 页共 2 页

二、填空题：（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分．）

13．已知函数 $f(x)$ 的周期为 1，当 $0<x\le 1$ 时，$f(x)=-\ln x$，则 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 的值为________．

14．若直线 $ax+y=0$ 与 $2x+by-1=0$ 平行，其中 a、b 均为正数，则 $a+2b$ 的最小值为______．

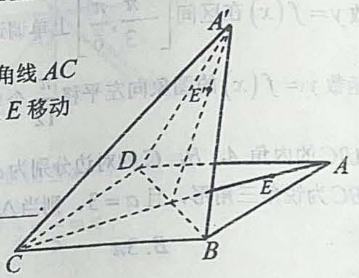
15．过抛物线 $y^2=2px$ 焦点 F 的直线 l 与抛物线交于 A、B，点 A、B 在抛物线准线上的射影分别为 A'、B'，且 $|A'B'|=10$，点 P 在抛物线的准线上．若 AP 是 $\angle A'AF$ 的角平分线，则点 P 到直线 l 的距离为________．

16．如图，已知菱形 $ABCD$ 边长为 6，$\angle ADC=120^\circ$，E 为对角线 AC 上一点，$AE=\sqrt{3}$．将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折到 $\triangle A'BD$ 的位置，点 E 移动到点 E'，且二面角 $A'-BD-A$ 的大小为 60°．

（1）三棱锥 $A'-BCD$ 的外接球的半径为________；

（2）过 E' 作平面与该外接球相交，所得截面面积的最小值为________．

（第一空 2 分，第二空 3 分）



三、解答题（共 6 题，满分 70 分．）

17．（本题满分 12 分）已知公差为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，______________．

请从以下两个条件中任选一个，补充在题干的横线上，并解答下列问题：

① S_2、S_4、S_8 成等比数列；　　② $a_5a_{10}-a_7^2=2$．

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

18．（本题满分 12 分）在花卉进行硬枝扦插过程中，常需要用生根粉调节植物根系生长．现有 20 株使用了生根粉的花卉样本，在对最终“花卉存活”和“花卉死亡”进行统计的同时，也对使用生根粉 2 个小时后的生根量进行了统计．这 20 株花卉生根量如下表所示，其中生根量在 6 根以下的视为“生根不足量”，大于或等于 6 根则视为“生根足量”．在这 20 株花卉样本中，“花卉存活”的有 13 株，而“花卉存活”但“生根不足量”的植株共 1 株．

编号	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	18	20
生根量	6	8	3	8	9	5	6	6	2	7	7	5	9	6	7	8	8	4	6	9

（Ⅰ）完成下面的 2×2 列联表，并判断是否能在犯错误概率不超过 1% 的前提下，认为“花卉存活”与“生根足量”有关？**（参考公式与数据，见 19 题上方）**

	生根足量	生根不足量	总计
花卉存活			
花卉死亡			
总计			20

（Ⅱ）若在该样本“生根不足量”的植株中随机抽取 3 株进行进一步检测，求这 3 株中恰有 1 株“花卉存活”的概率．

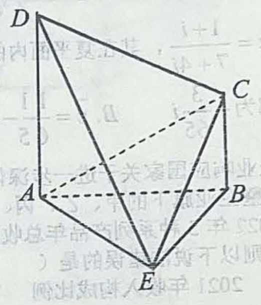
18题参考公式与数据—— $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$，$n=a+b+c+d$

$P(K^2\geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19．（本题满分 12 分）如图，在几何体 $ABCDE$ 中，$AD\perp$ 面 ABE，$AD//BC$，$AD=2BC$，$AB=BE$．

（Ⅰ）求证：平面 $DCE\perp$ 平面 DAE；

（Ⅱ）若 $AB=1$，$AE=\sqrt{2}$，$V_{ABCDE}=\dfrac{1}{4}$，求 CE 与平面 DAE 所成角的正弦值．



20．（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\sin x-ax+\dfrac{1}{6}x^3$，其中 $a\in R$，设 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数．

（Ⅰ）若 $a=1$，求 $g(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）若 $x\geq 0$ 时，$f(x)\geq 0$ 恒成立，求 a 的取值范围．

21．（本题满分 12 分）已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，过原点 O 作直线 l 与椭圆 E 交于 A、B 两点，其中 $A(x_1,y_1)$ 位于第一象限，$C(x_2,y_2)$ 为椭圆 E 上异于 A、B 的一点．

（Ⅰ）若 AC 经过椭圆 E 的右焦点 F，试求 $S_{\Delta ABC}$ 的最大值．

（Ⅱ）若 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，记点 $D\left(x_1,\dfrac{y_1}{2}\right)$，试问：$B$、$C$、$D$ 三点是否共线？请给出判断并说明理由．

（选考题）．请在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．（本题满分 10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+t\\y=t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\sin^2\theta}}$．

（Ⅰ）求曲线 C 的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线 l 与曲线 C 交于 M、N 两点，求线段 MN 的长．

23．（本题满分 10 分）已知函数 $f(x)=|x-1|-|x-2|$，$g(x)=|2x-1|$．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的值域；

（Ⅱ）若 $a>0$，$b>0$，且 $a^2+b^2=1$，不等式 $4f(x)\leq\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2b^2}$ 恒成立，求实数 x 的取值范围．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。