绝密★启用并使用完毕前

2022年1月高三年级学情检测

数学试题

本试卷共4页，22题，全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

B 1.设集合 $A=\{x\mid 2^x\geqslant 4\}$，集合 $B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 5\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$　B. $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 5\}$　C. $\{x\mid x\geqslant -1\}$　D. $\{x\mid x\geqslant 2\}$

A 2.复数 $z=\dfrac{2}{1+i}$（其中 i 为虚数单位）的虚部是 b

A. -1　B. 1　C. $-i$　D. i

D 3.$(1-2x)^5$ 的展开式中，x^3 的系数为 $C_5^3(-2)^3\cdot C_5^2\cdot 1$

A. 40　B. -40 =　C. 80 ⇒ 关于y轴对称　D. -80

A 4.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，则“$f(x)$ 是偶函数”是“$|f(x)|$ 是偶函数”的

A.充分不必要条件　B.必要不充分条件

C.充要条件　D.既不充分又不必要条件

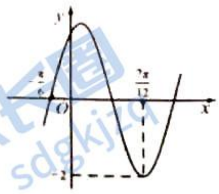
A 5.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则

A. $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$　$f(x)=2\sin(2x+\varphi)$　$\frac{3\pi}{4}=\frac{3}{4}T$　$T=\pi$　$=\frac{2\pi}{|\omega|}$　则 $\omega=2$

B. $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

C. $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$

D. $f(x)=2\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{6})$



6.已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2mx-m^2, & x\leq m,\\ |x-m|, & x>m,\end{cases}$ 若 $f(a^2-4)>f(3a)$，则实数 a 的取值范围是

A. $(-1,4)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(4,+\infty)$

C. $(-4,1)$　　D. $(-\infty,-4)\cup(1,+\infty)$

7.酒后驾驶是严重危害交通安全的行为.某交通管理部门对辖区内四个地区(甲、乙、丙、丁)的酒驾治理情况进行检查督导，若"连续 8 天，每天查获的酒驾人数不超过 10"，则认为"该地区酒驾治理达标"，根据连续 8 天检查所得数据的数字特征推断，酒驾治理一定达标的地区是

A.甲地：均值为 4，中位数为 5　　B.乙地：众数为 3，中位数为 2

C.丙地：均值为 7，方差为 2　　D.丁地：极差为 3，75%分位数为 8

8.已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1,F_2，过点 F_1 的直线与 C 交于 A,B 两点，且 $AB\perp F_1F_2$，现将平面 AF_1F_2 沿 F_1F_2 所在直线折起，点 A 到达点 P 处，使平面 $PF_1F_2\perp$ 平面 BF_1F_2，若 $\cos\angle PF_2B=\dfrac{5}{9}$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9.已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$，$\boldsymbol{b}=(1,2\sqrt{3})$，则下列说法正确的是

$\vec a+\vec b=(2,2\sqrt3)$　$\sqrt{4+12}=4$

A. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=16$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=2$

C.向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为 $\cancel{30^\circ}$ 60°　　D.向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为 $2\boldsymbol{a}$

10.已知实数 a,b,c 满足 $a>b>c>0$，则下列说法正确的是

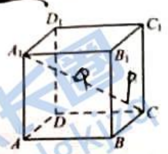
A. $\dfrac{1}{a(c-a)}<\dfrac{1}{b(c-a)}$　　B. $\dfrac{b}{a}<\dfrac{b+c}{a+c}$

C. $ab+c^2>ac+bc$　　D. $(a+b)(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b})$ 的最小值为 4

11.在平面直角坐标系内，已知 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，C 是平面内一动点，则下列条件中使得点 C 的轨迹为圆的有

A. $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$　　B. $|\overrightarrow{AC}|=2|\overrightarrow{BC}|$　　C. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$　　D. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=2$

12.在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为侧面 BCC_1B_1(不含边界)内的动点，Q 为线段 A_1C 上的动点，若直线 A_1P 与 A_1B_1 的夹角为 45°，则下列说法正确的是



A.线段 A_1P 的长度为 $\sqrt{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}A_1Q+PQ$ 的最小值为 1

C.对任意点 P，总存在点 Q，使得 $D_1Q\perp CP$

D.存在点 P，使得直线 A_1P 与平面 ADD_1A_1 所成的角为 60°

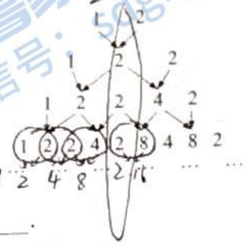
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 经过抛物线 $y^2=4x$ 焦点 F 的直线交抛物线于 A，B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为 4 .

14. 已知 $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$，且 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\tan\alpha$ 的值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}-1$.

15. 甲乙两个箱子中各装有 5 个大小、质地均相同的小球，其中甲箱中有 3 个红球、2 个白球；乙箱中有 2 个红球、3 个白球。抛一枚质地均匀的硬币，若硬币正面向上，从甲箱中随机摸出一个球；若硬币反面向上，从乙箱中随机摸出一个球。则摸到红球的概率为 $\frac{1}{2}$.

16. 某数学兴趣小组模仿"杨辉三角"构造了类似的数阵，将一行数列中相邻两项的乘积插入这两项之间，形成下一行数列，以此类推不断得到新的数列。如图，第一行构造数列 1，2；第二行得到数列 1，2，2；第三行得到数列 1，2，2，4，2；……；则第 5 行从左数起第 6 个数的值为 16 ；用 A_n 表示第 n 行所有项的乘积，若数列 $\{B_n\}$ 满足 $B_n=\log_2 A_n$，则数列 $\{B_n\}$ 的通项公式为______.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\frac{2b-c}{3}=\frac{\cos C}{\cos A}$，$a=3$.

（1）求角 A；

（2）若点 D 在边 AC 上，且 $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，求 $\triangle BCD$ 面积的最大值。

$3c=a(2b-c)$

$\cos A(2b-c)=3\cos C$

$-\cos(B+C)(2b-c)=3\cos C$

$\cos A=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

18.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_{n+2}+(-1)^n a_n=3$，$a_1=1$，$a_2=2$.

（1）记 $b_n=a_{2n-1}$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 S_{30}.

$a_5-a_3=3$

$a_3-a_1=3 \Rightarrow a_3=4$

$a_4+a_2=3 \Rightarrow a_4=1$

$a_5=7$

$b_1=a_1=1$

$b_2=a_3$

a_1, a_3, a_5, a_7, a_9

$a_{n+2}-a_n=3$

19.（12 分）

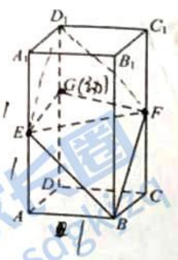
如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB=2$，E，F 分别为棱 AA_1，CC_1 的中点，G 为棱 DD_1 上的动点。

（1）求证：B，E，D_1，F 四点共面；

（2）是否存在点 G，使得平面 $GEF\perp$ 平面 BEF？若存在，求出 DG 的长度；若不存在，说明理由。

存在

$3n+1-3n+5$



20.（12 分）

某机构为了解市民对交通的满意度，随机抽取了 100 位市民进行调查.结果如下：回答“满意”的人数占总人数的一半，在回答“满意”的人中，“上班族”的人数是“非上班族”人数的 $\frac{3}{7}$；在回答“不满意”的人中，“非上班族”占 $\frac{1}{5}$.

（1）请根据以上数据填写下面 2×2 列联表，并依据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，分析能否认为市民对于交通的满意度与是否为上班族有关联？

	满意	不满意	合计
上班族	15 a	40 b	55
非上班族	35 c	10 d	45
合计	50	50	100

（2）为了改善市民对交通状况的满意度，机构欲随机抽取部分市民做进一步调查.规定：抽样的次数不超过 $n(n\in\mathbf{N}_+)$，若随机抽取的市民属于不满意群体，则抽样结束；若随机抽取的市民属于满意群体，则继续抽样，直到抽到不满意市民或抽样次数达到 n 时，抽样结束.抽样结束时，记抽样的总次数为随机变量 X_n.以频率代替概率.

（i）若 $n=5$，写出 X_5 的分布列和数学期望；

（ii）请写出 X_n 的数学期望的表达式（不需证明），根据你的理解说明 X_n 的数学期望的实际意义.

附：

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

参考公式：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$ad-bc$

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^{x+1}+(1-a)x+b$.

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=ex$，求实数 a,b 的值；

（2）若不等式 $f(x)\geq0$ 恒成立，求 $\frac{b}{a}$ 的最小值.

$f(0)=e+b$ $(0,eb)$ $a-1>0$

$f'(x)=e^{x+1}+1-a$

$f(0)=e+1-a$

$ex-ax+x+e$

$=(e-a+1)x+$

$e^{x+1}=a-1$

22.（12 分）

已知 P 为圆 $M:x^2+y^2-2x-15=0$ 上一动点，点 $N(-1,0)$，线段 PN 的垂直平分线交线段 PM 于点 Q.

$(1,0)$ $r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}=\frac{\sqrt{4+60}}{2}=\frac{8}{2}=4$

（1）求点 Q 的轨迹方程；

（2）设点 Q 的轨迹为曲线 C，过点 N 作曲线 C 的两条互相垂直的弦，两条弦的中点分别为 E,F，过点 N 作直线 EF 的垂线，垂足为点 H，是否存在定点 G，使得 $|GH|$ 为定值？若存在，求出点 G 的坐标；若不存在，说明理由.

$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$

高三年级学情检测

数学试题参考答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	A	A	B	C	D

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

题号	9	10	11	12
答案	BD	BC	BCD	ABC

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．4；14．$-\frac{1}{2}$；15．$\frac{1}{2}$；16．8，$B_n=\frac{3^{n-1}+1}{2}$（第一空 2 分，第二空 3 分）．

四、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.【解析】

（1）因为 $\frac{2b-c}{a}=\frac{\cos C}{\cos A}$， 所以 $(2b-c)\cos A=a\cos C$，

所以 $2\sin B\cos A=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\sin(A+C)=\sin B$，

因为 $\sin B>0$，所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$．

（2）因为 $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，所以 $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$；

所以 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{6}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{12}bc$，

因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

所以 $9=b^2+c^2-bc\geqslant bc$，当且仅当 $b=c$ 时，等号成立，

所以 $S_{\triangle BCD}=\frac{\sqrt{3}}{12}bc\leqslant\frac{3\sqrt{3}}{4}$，

所以 $\triangle BCD$ 面积的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$．

18.【解析】

（1）因为 $a_{n+2}+(-1)^n a_n=3$，

令 n 取 $2n-1$，则 $a_{2n+1}-a_{2n-1}=3$，

即 $b_{n+1}-b_n=3$，$b_1=a_1=1$，

所以 数列$\{b_n\}$是以 1 为首项，3 为公差的等差数列，

所以 $b_n=3n-2$.

（2）令 n 取 $2n$，则 $a_{2n+2}+a_{2n}=3$，

所以 $S_{30}=(a_1+a_3+\cdots+a_{29})+(a_2+a_4+\cdots+a_{30})$，

由（1）可知，$a_1+a_3+\cdots+a_{29}=b_1+b_2++\cdots+b_{15}=330$；

$a_2+a_4+\cdots+a_{2n}=a_2+(a_4+a_6)+\cdots+(a_{28}+a_{30})=2+21=23$；

所以 $S_{30}=330+23=353$.

19.【解析】

（1）证明：连接 D_1E, D_1F，取 BB_1 的中点为 M，连接 MC_1, ME，

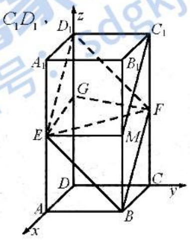
因为 E 为 AA_1 的中点，所以 $EM \parallel A_1B_1 \parallel C_1D_1$，且 $EM=A_1B_1=C_1D_1$，

所以 四边形 EMC_1D_1 为平行四边形，所以 $D_1E \parallel MC_1$，

又因为 F 为 BB_1 的中点，所以 $BM \parallel C_1F$，且 $BM=C_1F$，

所以 四边形 BMC_1F 为平行四边形，所以 $BF \parallel MC_1$，

所以 $BF \parallel D_1E$，所以 B, E, D_1, F 四点共面；



（2）以 D 为坐标原点，DA, DC, DD_1 分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系，

假设存在满足题意的点 G，设 $G(0,0,t)$，由已知 $B(1,1,0), E(1,0,1), F(0,1,1)$，

则 $\overrightarrow{EF}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{EB}=(0,1,-1)$，$\overrightarrow{EG}=(-1,0,t-1)$，

设平面 BEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1, y_1, z_1)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}_1 \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \\ \boldsymbol{n}_1 \cdot \overrightarrow{EB} = 0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} -x_1 + y_1 = 0 \\ y_1 - z_1 = 0 \end{cases}$，

取 $x_1 = 1$，则 $\boldsymbol{n}_1 = (1, 1, 1)$；

设平面 GEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2 = (x_2, y_2, z_2)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}_2 \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \\ \boldsymbol{n}_2 \cdot \overrightarrow{EG} = 0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} -x_2 + y_2 = 0 \\ -x_2 + (t-1)z_2 = 0 \end{cases}$，

取 $x_2 = t-1$，则 $\boldsymbol{n}_2 = (t-1, t-1, 1)$；

因为 平面 $GEF \perp$ 平面 BEF，所以 $\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2 = 0$，

所以 $t-1+t-1+1=0$，所以 $t = \frac{1}{2}$，

所以 存在满足题意的点 G，使得平面 $GEF \perp$ 平面 BEF，DG 的长度为 $\frac{1}{2}$.

20.【解析】

（1）由题意可知

	满意	不满意	合计
上班族	15	40	55
非上班族	35	10	45
合计	50	50	100

零假设为

H_0：市民对交通的满意度与是否上班独立，

因为 $\chi^2 = \dfrac{100 \times (15 \times 10 - 35 \times 40)^2}{50 \times 50 \times 55 \times 45} = \dfrac{2500}{99} \approx 25.253 > 10.828$；

根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，我们推断 H_0 不成立，即认为市民对交通的满意度与是否上班有关，此推断犯错误的概率不大于 0.001.

（2）（i）当 $n = 5$ 时，X_5 的取值为 1，2，3，4，5，

由（1）可知 市民的满意度和不满意度均为 $\frac{1}{2}$；

所以 $P(X_5 = 1) = \frac{1}{2}$，$P(X_5 = 2) = \frac{1}{2^2}$，$P(X_5 = 3) = \frac{1}{2^3}$，$P(X_5 = 4) = \frac{1}{2^4}$，$P(X_5 = 4) = \frac{1}{2^4}$，

所以 X_5 的分布列为

- 3 -

X_5	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{2^4}$

所以 $EX_5=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2^2}+3\times\frac{1}{2^3}+4\times\frac{1}{2^4}+5\times\frac{1}{2^4}=\frac{31}{16}$；

（ii）$EX_n=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2^2}+3\times\frac{1}{2^3}+\cdots+(n-1)\cdot\frac{1}{2^{n-1}}+n\cdot\frac{1}{2^{n-1}}=2-\frac{1}{2^{n-1}}$，

当 n 趋向于正无穷大时，EX_n 趋向于 2，此时 EX_n 恰好为不满意度的倒数；

也可以理解为平均每抽取 2 个人，就会有一个不满意的市民．

21．【解析】

（1）由已知 $f(0)=\mathrm{e}+b=0$，所以 $b=-\mathrm{e}$；

又 $f'(x)=\mathrm{e}^{x+1}+1-a$，

所以 $k=f'(0)=\mathrm{e}+1-a=\mathrm{e}$，

所以 $a=1$．

（2）函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$；

因为 $f'(x)=\mathrm{e}^{x+1}+1-a$，

（i）若 $1-a>0$，即 $a<1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

因为 当 $x<-1$ 时，$f(x)<(1-a)x+b+1\leqslant(1-a)x+|b|+1$，

所以 取 $x_0=-1-\frac{|b|+1}{1-a}<-1$，则 $f(x_0)<0$，不合题意；

（ii）若 $1-a=0$，即 $a=1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

若不等式 $f(x)=\mathrm{e}^{x+1}+b\geqslant 0$ 恒成立，则 $b\geqslant 0$，

所以 $\frac{b}{a}\geqslant 0$，即 $\frac{b}{a}$ 的最小值为 0；

（iii）若 $1-a<0$，即 $a>1$ 时，

令 $f'(x)>0$，解得 $x>\ln(a-1)-1$，

令 $f'(x)<0$，解得 $x<\ln(a-1)-1$，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln(a-1)-1)$ 上单调递减，

在 $(\ln(a-1)-1,+\infty)$ 上单调递增；

若不等式 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，

- 4 -

则 $f(\ln(a-1)-1)=2(a-1)+(1-a)\ln(a-1)+b\geqslant 0$，

即 $b\geqslant 2(1-a)+(a-1)\ln(a-1)$，

所以 $\frac{b}{a}\geqslant\frac{2(1-a)+(a-1)\ln(a-1)}{a}$；

设 $a-1=t(t>0)$，则 $\frac{2(1-a)+(a-1)\ln(a-1)}{a}=\frac{t(\ln t-2)}{t+1}$，

设 $g(t)=\frac{t(\ln t-2)}{t+1}(t>0)$，则 $g'(t)=\frac{t+\ln t-1}{(t+1)^2}$，

所以 当 $t\in(0,1)$ 时，$g'(t)<0$，$g(t)$ 单调递减；

当 $t\in(1,+\infty)$ 时，$g'(t)>0$，$g(t)$ 单调递增；

所以 $g(t)\geqslant g(1)=-1$，此时 $a=2$；

即 $\frac{b}{a}$ 的最小值为 -1；

综上所述 $\frac{b}{a}$ 的最小值为 -1.

（1）由题意可知 圆 M 的圆心为 $(1,0)$，半径为 4，

因为线段 PN 的垂直平分线交线段 PM 于点 Q，

所以 $|QP|=|QN|$，

所以 $|QN|+|QM|=QP|+|QM|=4$，

又因为 $|MN|=2<4$，

所以 Q 的轨迹是以 N,M 为焦点的椭圆，

设 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，则 $a=2,c=1,b=\sqrt{3}$，

所以 点 Q 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（2）（i）若两条直线斜率均存在，

设过点 E 的弦所在直线 l_1 的方程为 $x=ty-1(t\neq 0)$，代入椭圆方程联立得：

$(3t^2+4)y^2-6ty-9=0$，设 l_1 与椭圆两交点的坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$

所以 $y_1+y_2=\frac{6t}{3t^2+4}$，所以 $y_E=\frac{3t}{3t^2+4}$，

则 $x_E=t\cdot\frac{3t}{3t^2+4}-1=\frac{-4}{3t^2+4}$；

同理 $x_F=\frac{-4t^2}{3+4t^2},y_F=\frac{-3t}{3+4t^2}$；

由对称性可知 EF 所过定点必在 x 轴上，设为 $T(x_0,0)$，

-5-

显然 $\overrightarrow{ET} \parallel \overrightarrow{TF}$，所以 $(\frac{-4t^2}{3+4t^2}-x_0)\cdot\frac{3t}{3t^2+4}=\frac{-3t}{3+4t^2}\cdot(\frac{-4}{3t^2+4}-x_0)$，

化简得 $-4(1+t^2)=7x_0(1+t^2)$，即 $x_0=-\frac{4}{7}$；

（ii）若其中一条直线斜率不存在，则直线 EF 为 x 轴；

综上 直线 EF 必过定点 $T(-\frac{4}{7},0)$；

取点 N 与点 T 的中点为 G，则 $G(-\frac{11}{14},0)$，

因为 $NH\perp EF$，所以 $\overrightarrow{NH}\cdot\overrightarrow{TH}=0$，

所以 点 H 在以 G 为圆心，$|GT|=|GH|=\frac{3}{14}$ 为半径的圆上运动，

所以 存在定点 G，使得 $|GH|$ 为定值.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索