济宁市实验中学2022级高一下学期6月月考

数学试题答案及评分标准

一、选择题：

1. B　2. B　3. D　4. C　5. C　6. D　7. B　8. B

二、多项选择题：

9. BD　10. AC　11. AD　12. ABD.

三、填空题：

13. $\sqrt{5}$　14. 22　15. $3-\sqrt{3}$　16. $(-1,1]$

四、解答题：

17 解：（1）因为复数 z 为纯虚数，所以$\begin{cases} m^2-5m+6=0 \\ m-2\neq 0 \end{cases}$，…………2 分

解之得，$m=3$．…………5 分

（2）因为复数 z 在复平面内对应的点在第二象限，所以$\begin{cases} m^2-5m+6<0 \\ m-2>0 \end{cases}$，…………7 分

解之得$\begin{cases} 2<m<3 \\ m>2 \end{cases}$，得 $2<m<3$．

所以实数 m 的取值范围为（2，3）．…………10 分

18．解：（1）因为 $\vec{a}=(1,\sqrt{3}),\vec{b}=(-2,0)$，则 $\vec{a}-\vec{b}=\left(1+2,\sqrt{3}\right)=$（3，$\sqrt{3}$）；-------1 分

设 $\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 之间的夹角为 θ 则 $\cos\theta=\dfrac{\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{a}}{\left|\vec{a}-\vec{b}\right|\cdot\left|\vec{a}\right|}=\dfrac{3\times1+\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{9+3}\cdot\sqrt{1+3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，-----------3 分

因为 $\theta\in\left[0,\pi\right]$，故 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$　…………4 分

（2）$k\vec{a}+\vec{b}=\left(k-2,\sqrt{3}k\right),\vec{a}-3\vec{b}=\left(1+6,\sqrt{3}\right)=\left(7,\sqrt{3}\right)$-----------5 分

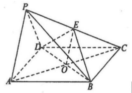
因为 $k\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}-3\vec{b}$ 垂直，所以 $\left(k\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-3\vec{b}\right)=0$，-----------6 分

则 $7\left(k-2\right)+3k=0$ 得 $k=\dfrac{7}{5}$　…………8 分

（3）由 $\left|\vec{a}-t\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}-t\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\vec{a}^2-2t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2\vec{b}^2}=\sqrt{4t^2+4t+4}=\sqrt{4\left(t+\dfrac{1}{2}\right)^2+3}$ ---------10 分

因为 $t\in[-1,1]$，所以 $\sqrt{3}\le\sqrt{4\left(t+\dfrac{1}{2}\right)^2+3}\le2\sqrt{3}$，所以 $\sqrt{3}\le\left|\vec{a}-t\vec{b}\right|\le2\sqrt{3}$　…………12 分

19．（1）证明：连接 AC 交 BD 于点 O，连接 OE，



因为四边形 $ABCD$ 为正方形，所以点 O 为 AC 的中点，

又 E 为 PC 的中点，所以 $OE\,//\,PA$，　…………2 分

又因为 $PA\not\subset$ 平面 BDE，$OE\subset$ 平面 BDE，所以 $PA\,//$ 平面 BDE　…………4 分

（2）证明：∵四边形 $ABCD$ 为正方形，∴ $AB\perp AD$，…………6 分

因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，$AB\perp$ 平面 $ABCD$，

∴ $AB\perp$ 平面 PAD，∴ $AB\perp PD$．…………8 分

（3）解：∵四边形 $ABCD$ 为正方形，则 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle BCD}$，

因为 $AD=AB=4$，$PA=PD=2\sqrt{2}$，∴ $PA^2+PD^2=AD^2$，∴ $PA\perp PD$，……10 分

所以，$S_{\triangle PAD}=\dfrac{1}{2}PA\cdot PD=4$，所以 $V_{C-BDP}=V_{P-BCD}=V_{P-ABD}=V_{B-PAD}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle PAD}\cdot AB=\dfrac{16}{3}$．…………12 分

20．（1）若选① $\cos B+\cos\dfrac{B}{2}=0$，则 $2\cos^2\dfrac{B}{2}+\cos\dfrac{B}{2}-1=0$，…………2 分

即 $(2\cos\dfrac{B}{2}-1)(\cos\dfrac{B}{2}+1)=0$，所以 $\cos\dfrac{B}{2}=\dfrac{1}{2}$ 或 $\cos\dfrac{B}{2}=-1$，…………4 分

因为 $0<B<\pi$，所以 $0<\dfrac{B}{2}<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\cos\dfrac{B}{2}>0$，所以 $\cos\dfrac{B}{2}=-1$ 不成立，

所以 $\cos\dfrac{B}{2}=\dfrac{1}{2}$，所以 $\dfrac{B}{2}=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$；…………6 分

若选② $\sin^2A-\sin^2B+\sin^2C+\sin A\sin C=0$，由正弦定理可得 $a^2-b^2+c^2+ac=0$，…………2 分

所以 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\dfrac{1}{2}$，…………4 分　　因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$；…………6 分

若选③ $b\cos C+(2a+c)\cos B=0$，由正弦定理可得 $\sin B\cdot\cos C+(2\sin A+\sin C)\cos B=0$，…………2 分

所以 $2\sin A\cos B+\sin(B+C)=0$，所以 $2\sin A\cos B+\sin A=0$，…………4 分

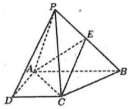
因为 $0<A<\pi$，所以 $\sin A>0$，所以 $\cos B=-\dfrac{1}{2}$，　因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$．…………6 分

（2）由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，　所以 $20=(a+c)^2-2ac-2ac\cos\dfrac{2\pi}{3}$，…………8 分

所以 $20=25-2ac-2ac\times(-\dfrac{1}{2})$，　所以 $ac=5$，…………10 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$ …………12 分

21．（1）证明：∵ $PC\perp$平面 $ABCD$，$AC\subset$平面 $ABCD$，



∴ $PC\perp AC$．…………2 分

∵ $AB=2$，有 $AD=CD=1$，$AD\perp DC$ 且 $ABCD$ 是直角梯形，

∴ $AC=BC=\sqrt{2}$，即 $AC^2+BC^2=AB^2$，

∴ $AC\perp BC$．…………4 分

∵ $PC\cap BC=C$，$PC\subset$平面 PBC，$BC\subset$平面 PBC，

∴ $AC\perp$平面 PBC．

∵ $AC\subset$平面 EAC，

∴平面 $EAC\perp$平面 PBC…………6 分

（2）

（1）易知 $BC\perp$平面 PAC，

∴ $\angle BPC$ 即为直线 PB 与平面 PAC 所成角．…………8 分

∴ $\sin\angle BPC=\dfrac{BC}{PB}=\dfrac{\sqrt{2}}{PB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

∴ $PB=\sqrt{6}$，则 $PC=2$…………9 分

$AC\perp BC$，$AC\perp PC$

$AC\perp$平面 PBC

$AC\perp EC$ 所以角 $\angle PCE$ 为二面 $P-AC-E$ 的平面角，…………10 分

在 $\triangle PCE$ 中由余弦定理得二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$．…………12 分

22．解：（1）由题意，函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)-\cos(\omega x+\varphi)=2\sin\left(\omega x+\varphi-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

因为函数 $f(x)$ 图象的相邻两对称轴间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，所以 $T=\pi$，可得 $\omega=2$ - - - - - - - - - - - - - - 1 分

又由函数 $f(x)$ 为奇函数，可得 $f(0)=2\sin\left(\varphi-\dfrac{\pi}{6}\right)=0$

所以 $\varphi-\dfrac{\pi}{6}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$，因为 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，

所以函数 $f(x)=2\sin 2x$-------2 分

令 $\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x\le\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$，解得 $\dfrac{\pi}{4}+k\pi\le x\le\dfrac{3\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

函数 $f(x)$ 的递减区间为 $\left[\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\dfrac{3\pi}{4}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$ -----------------3 分

再结合 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$，可得函数 $f(x)$ 的递减区间为 $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$----------------4 分

（2）将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，可得 $y=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象，

再把横坐标缩小为原来的 $\dfrac{1}{2}$，得到函数 $y=g(x)=2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象----------------5 分

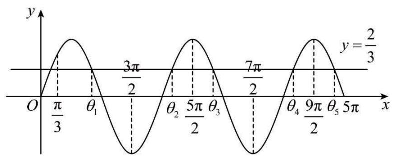
由方程 $g(x)=\dfrac{4}{3}$，即 $2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{4}{3}$，

即 $\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{2}{3}$，

因为 $x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{4\pi}{3}\right]$，可得 $4x-\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{\pi}{3},5\pi\right]$，

设 $\theta=4x-\dfrac{\pi}{3}$，其中 $\theta\in\left[\dfrac{\pi}{3},5\pi\right]$，即 $\sin\theta=\dfrac{2}{3}$----------------------7 分

结合正弦函数 $y=\sin\theta$ 的图象，



可得方程 $\sin\theta=\dfrac{2}{3}$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{3},5\pi\right]$ 有 5 个解，即 $n=5$---------------9 分

其中 $\theta_1+\theta_2=3\pi,\theta_2+\theta_3=5\pi,\theta_3+\theta_4=7\pi,\theta_4+\theta_5=9\pi$

即 $4x_1-\dfrac{\pi}{3}+4x_2-\dfrac{\pi}{3}=3\pi,4x_2-\dfrac{\pi}{3}+4x_3-\dfrac{\pi}{3}=5\pi,4x_3-\dfrac{\pi}{3}+4x_4-\dfrac{\pi}{3}=7\pi,$

$4x_4-\dfrac{\pi}{3}+4x_5-\dfrac{\pi}{3}=9\pi$，解得 $x_1+x_2=\dfrac{11\pi}{12},x_2+x_3=\dfrac{17\pi}{12},x_3+x_4=\dfrac{23\pi}{12},x_4+x_5=\dfrac{29\pi}{12}$，

所以 $x_1+2x_2+2x_3+\cdots+2x_4+x_5=(x_1+x_2)+(x_2+x_3)+(x_3+x_4)+(x_4+x_5)=\dfrac{20\pi}{3}$ ------------12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。