

成都七中高 2023 届高三上期半期考试 数学(理)

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第 I 卷(选择题)1 至 2 页, 第 II 卷(非选择题)3 至 4 页, 共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号. 微信搜《高三答案公众号》
3. 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效.
5. 考试结束后, 只将答题卡交回.

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一. 选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $[-2, 3]$ (B) $[-2, 1]$ (C) $[-1, 2]$ (D) $[-3, 1]$

2. 若复数 z 满足 $z(1+i) = 2$ (i 为虚数单位), 则在复平面内复数 z 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 已知命题 p : 若 $a > b$, 则 $-a < -b$; 命题 q : 若 $x > y$, 则 $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$. 在命题

① $p \wedge q$; ② $p \vee q$; ③ $p \wedge (\neg q)$; ④ $(\neg p) \wedge q$ 中, 其中真命题为

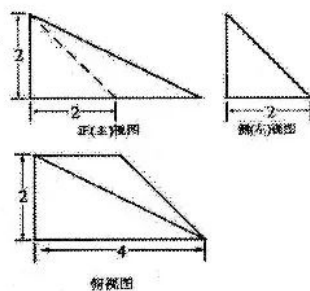
- (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

4. $(x-1)^6$ 的展开式的第 5 项的系数为

- (A) 15 (B) -6 (C) -15 (D) 6

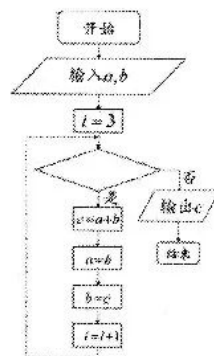
5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为

- (A) 20 (B) $10 + 2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ (C) 18 (D) $12 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$



6. 执行如图所示的框图, 如果输入的 $a=2, b=3$, 输出的 c 的值为 21, 则判断框中应填入的条件为

- (A) $i \leq 4?$ (B) $i \leq 5?$ (C) $i \leq 6?$ (D) $i \leq 7?$



7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + 2a_4 + a_7 = 120$, 则 $S_7 - 6a_4 =$

- (A) 60 (B) 30 (C) 10 (D) 0

8. 设函数 $f(x) = \lg \frac{x}{1-x}$, 若 $f(a) + f(b) = 0$, 则 $\frac{3b+a}{ab}$ 的最小值为

- (A) $4 + 2\sqrt{3}$ (B) $4 + 2\sqrt{2}$ (C) $2 + 4\sqrt{2}$ (D) $2 + 4\sqrt{3}$

9. 已知向量 $\overline{e_1}, \overline{e_2}$ 为平面向量的一组基底, 且 $\overline{AB} = \overline{e_1} + m\overline{e_2}, \overline{AD} = n\overline{e_1} + \overline{e_2}$, 若 A, B, D 三点共线, 则实数 m, n 应该满足的条件为

- (A) $m + n = 1$ (B) $m + n = -1$ (C) $mn = -1$ (D) $mn = 1$

10. 椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 焦距为 $2c$, 若直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$

与椭圆 Γ 的一个交点为 M (在 x 轴上方), 满足 $\angle F_1 M F_2 = \frac{3}{2} \angle M F_2 F_1$, $\Delta M F_1 F_2$ 的面积为 $2\sqrt{3}$,

则椭圆长轴长为

- (A) $2(\sqrt{3}+1)$ (B) $2(\sqrt{5}+1)$ (C) $2(\sqrt{5}-1)$ (D) $2(\sqrt{2}+1)$

11. 设函数 $f(x) = kx - \frac{\ln x}{x}$, 若存在唯一的整数 x_0 , 使得 $f(x_0) < 0$, 则实数 k 的取值范围为

- (A) $(\frac{\ln 2}{4}, \frac{1}{2e})$ (B) $(\frac{\ln 3}{9}, \frac{1}{2e})$ (C) $(\frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 2}{4})$ (D) $[\frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 2}{4})$

12. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 \mathbb{R} , 记 $g(x) = f'(x)$, 若 $f(1-x), g(x+2)$ 均为偶函数, 则下列说法正确个数为

- ① $g(1) = 0$; ② $x = 2$ 为函数 $f(x)$ 的一个极值点;
③ 若 $g(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增, 则 $g(x)$ 在区间 $[0, 2022]$ 上有且只有 1011 个零点;
④ 若 $g(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增, 等差数列 $\{a_n\}$ 首项 $a_1 = -\frac{1}{2}$, 公差 $d = 1$, 若 $g(\frac{3}{2}) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{2022} g(a_k) = -2$.

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

第II卷 (非选择题, 共90分)

二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 把答案填在答题卡上.

13. 一次抛掷两枚质地均匀的骰子, 则这两枚骰子向上点数之和为7的概率为_____.

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的实轴端点分别为 A_1, A_2 , 点 P 是双曲线上异于 A_1, A_2 另一点, 则 PA_1 与 PA_2 的斜率之积为_____.

15. 若函数 $f(x) = xe^x + ax$ 有两个极值点, 则 a 的取值范围为_____.

16. 三棱锥 $D-ABC$ 中, 面 $ACD \perp$ 面 ACB , $AC=3, AB=4, BC=5, AD=10, \angle ACD=45^\circ$, P 为射线 CD 上一动点, 求直线 BP 与面 ABC 所成角的正弦的最大值为_____.

三. 解答题 (17~21 每小题12分, 22或23题10分, 共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $A = \frac{\pi}{4}$, 且 $b \cos C - c \cos B = \sqrt{2}a$.

(I) 求 $\sin(B-C)$ 的值;

(II) 若 $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. “抖音”是人们的休闲娱乐和交流的一种新的工具, 在“抖音”上人们不仅可以获取知识, 还可以进行商品交易. 已知某种商品在“抖音”平台2017年至2021年的年销售收入数据 y (单位: 万元) 随时间 t 之间的数据统计如下表.

(I) 请计算样本相关系数 r , 并判断 y 与 t 的相关程度 (若 $|r| > 0.75$, 则线性相关程度强);

(II) 求 y 关于 t 的线性回归方程, 利用该回归方程预测该种商品2025年的年销售收入.

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代号 t	1	2	3	4	5
使用电量 y	20	32	36	44	48

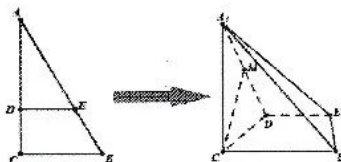
$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$.

19. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 6$, D, E 分别是 AC, AB 上的点且 $ED \parallel BC$, $DE = 2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$.

(I) 求证: $A_1C \perp BD$;

(II) 是否在射线 DA_1 上存在点 M , 使平面 BEM 与平面 BEA_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{4}$? 若存在, 求出 DM 的长度; 若不存在, 请说明理由.



20. 已知抛物线 C 的顶点为原点, 右焦点 F 到直线 $l: x - y + 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求抛物线 C 的方程;

(II) 过焦点 F 斜率为 k ($k > 0$) 的直线 l_1 与抛物线相交于两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, ($y_1 > y_2$), 过定点

$P(4, 0)$ 斜率为 $\frac{1}{2}k$ 的直线 l_2 与抛物线相交于两点 $M(x_3, y_3), N(x_4, y_4)$, ($y_3 > y_4$).

求证: 直线 AN 与直线 BM 过同一个定点.

21. 已知函数 $f(x) = a(e^x - 1)^2 - x^2e^x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线方程;

(II) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 设 $n \in \mathbb{N}^+$, 证明: $\sum_{k=1}^n \frac{2}{\sqrt{k^2 + 2k}} + \ln 2 > \ln(n^2 + 3n + 2)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 按所做的第一题计分.

22. 选修4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求 C_1 的极坐标方程;

(II) 若直线 C_2 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \in \mathbb{R}$), 设 C_2, C_1 的交点为 A, B , 求 $\triangle C_1AB$ 的面积.

23. 选修4-5: 不等式选讲

已知: $f(x) = |x+1| - |x-m|$, $m > 0$.

(I) 若 $m = 2$, 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集;

(II) $g(x) = f(x) - |x-m|$, 若 $g(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积不大于 54, 求 m 的取值范围.

成都七中高 2023 届高三上期半期考试(理科)参考答案

一.选择题

1.C 2.D 3.C 4.A 5.B 6.C 7.B 8.A 9.D
10.A 11.D 12.B

12.解析: ① $f(1-x) = f(1+x)$ 可知 $g(1+x) + g(1-x) = 0$,令 $x = 0$ 可知 $g(1) = 0$,故①正确;

由 $g(1+x) + g(1-x) = 0$ 和 $g(2+x) = g(2-x)$ 可知, $g(x)$ 关于 $(1,0)$ 中心对称,关于 $x = 2$ 轴对称,则 $g(x)$ 的周期为 $T = 4$, $g(x)$ 的对称轴为 $x = 2$,可知②错误;

③由 $g(x)$ 在 $[1,2]$ 单调递增,可知 $g(x)$ 在 $[0,2]$ 上单调递增,由 $g(1) = 0$,由 $g(x)$ 关于 $x = 2$ 轴对称可知 $g(x)$ 在 $[2,4]$ 上单调递减. $\therefore g(3) = 0$, \therefore 一个 T 之内只有两个零点,
 $\therefore [0,2022]$ 内共有 $505T + 2 = 505 \times 2 + 1 = 1011$ 个零点,故③正确;

④由③, 又 $a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{3}{2}, a_4 = \frac{5}{2}, \therefore g(a_1) = g(a_2) = -1, g(a_3) = g(a_4) = 1$,
可知:一个周期和为0,故 $\sum_{i=1}^{2022} g(a_i) = 505 \times T + g(a_1) + g(a_2) = -2$,故④正确.

二.填空题

13. $\frac{1}{6}$ 14. $\frac{1}{4}$ 15. $(0, \frac{1}{e^2})$ 16. $\frac{5\sqrt{41}}{41}$

三.解答题

17.解(I): $\because b \cos C - c \cos B = \sqrt{2}a$, 由正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

$\therefore 2R \sin B \cos C - 2R \sin C \cos B = 2\sqrt{2}R \sin A$,

$\therefore \sin B \cos C - \sin C \cos B = \sqrt{2} \sin A$, 又 $A = \frac{\pi}{4}$,.....2分

$\therefore \sin(B-C) = 1$6分

(II)由(I)可知: $B-C = \frac{\pi}{2}$,且 $B+C = \pi - A = \frac{3\pi}{4}$,解得 $B = \frac{5\pi}{8}, C = \frac{\pi}{8}$,

又 $a = \sqrt{2}, A = \frac{\pi}{4}$,则由正弦定理 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2$,8分

$\therefore b = 2 \sin B, c = 2 \sin C$, 又 $\sin \frac{5\pi}{8} = \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}) = \cos \frac{\pi}{8}$,10分

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{\sqrt{2}}{4} \times 2 \sin B \times 2 \sin C = \sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$
 $= \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$12分

18.解:(I)经计算 $\bar{t} = 3, \bar{y} = 36$, 2分

$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y}) = 68, \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2 = 10, \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 480$, 4分

由 $r = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{68}{\sqrt{10 \times 480}} = \frac{68}{40\sqrt{3}} \approx \frac{68}{69.2} \approx 0.98$,

则 y 与 t 相关程度很强,6分

(II)由(I)可得 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2} = \frac{68}{10} = 6.8$, 8分

$\therefore a = \bar{y} - \hat{b}\bar{t} = 36 - 6.8 \times 3 = 15.6$,9分

$\therefore y$ 与 t 的回归直线方程为 $y = 6.8t + 15.6$10分

又2025年对应的代号 $t = 9$, 则 $y = 6.8 \times 9 + 15.6 = 76.8$,

\therefore 该种商品2025年的销售收入大约为76.8万元,12分

19.(I)证明: $\because DE \perp A_1D, DE \perp DC, A_1D \cap CD = D$,

$\therefore DE \perp$ 平面 A_1DC , 2分

$\therefore DE \perp A_1C$, 又 $\because A_1C \perp CD, CD \cap DE = D$,

$\therefore A_1C \perp$ 平面 $BCDE$,

$\therefore A_1C \perp BD$5分

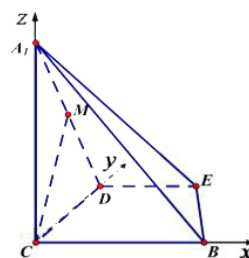
(II)解: 由题意, CB, CD, CA_1 两两垂直,

建立如图所示空间直角坐标系 $C-xyz$,

易得 $B(3, 0, 0), D(0, 2, 0), E(2, 2, 0), A_1(0, 0, 2\sqrt{3})$

设 $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DA_1}$, 则 $M(0, 2 - 2\lambda, 2\sqrt{3}\lambda)$

设平面 BEM 的一个法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$, 且 $\overrightarrow{BM} = (-3, 2 - 2\lambda, 2\sqrt{3}\lambda), \overrightarrow{BE} = (-1, 2, 0)$,



$$\therefore \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{BM} = -3x + (2-2\lambda)y + 2\sqrt{3}\lambda z = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BE} = -x + 2y = 0 \end{cases}, \text{不妨取 } y=1, \text{解得 } \vec{n} = (2, 1, \frac{2+\lambda}{\sqrt{3}\lambda}). \dots\dots\dots 7\text{分}$$

设平面 BEA_1 的一个法向量为 $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$, 且 $\overrightarrow{BA_1} = (-3, 0, 2\sqrt{3})$,

$$\therefore \begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{BA_1} = -3x_1 + 2\sqrt{3}z_1 = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{BE} = -x_1 + 2y_1 = 0 \end{cases}, \text{不妨取 } y_1=1, \text{得 } x_1=2, z_1=\sqrt{3}, \text{则 } \vec{m} = (2, 1, \sqrt{3}). \dots\dots\dots 9\text{分}$$

设平面 BEM 与平面 BEA_1 所成角为 θ ,

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \frac{\left|6 + \frac{2}{\lambda}\right|}{\sqrt{8} \times \sqrt{5 + \frac{(2+\lambda)^2}{3\lambda^2}}} = \frac{\sqrt{15}}{4}, \dots\dots\dots 10\text{分}$$

化简可得 $2\lambda^2 - 7\lambda + 3 = 0$, 解之得 $\lambda = \frac{1}{2}$ 或 $\lambda = 3$,

$\therefore DM = 2$ 或 12 . $\dots\dots\dots 12\text{分}$

20.(I)解: 设抛物线的方程为 $y^2 = 2px (p > 0)$, 则焦点 $F(\frac{p}{2}, 0)$, 又知直线 $l: x - y + 2 = 0$,

$$\therefore \text{焦点 } F \text{ 到直线 } l \text{ 的距离 } d = \frac{\left|\frac{p}{2} - 0 + 2\right|}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \text{解得 } p = 2,$$

\therefore 抛物线的方程为 $y^2 = 4x$. $\dots\dots\dots 3\text{分}$

(II)证明: 易知 $k_{AB} \neq 0$, 设直线 AB 方程为 $x = my + 1$,

$$\text{联立 } \begin{cases} x = my + 1 \\ y^2 = 4x \end{cases}, \text{化简得 } y^2 - 4my - 4 = 0,$$

由 $\Delta = 16m^2 + 16 > 0$ 恒成立, 可得 $y_1 \cdot y_2 = -4$, $y_1 = 2m + 2\sqrt{m^2 + 1}$, $\dots\dots\dots 5\text{分}$

$$\text{设直线 } MN \text{ 方程为 } x = 2my + 4, \text{联立 } \begin{cases} x = 2my + 4 \\ y^2 = 4x \end{cases}, \text{化简得 } y^2 - 8my - 16 = 0,$$

由 $\Delta = 64m^2 + 64 > 0$ 恒成立, 可得 $y_3 \cdot y_4 = -16$, $y_4 = 4m - 4\sqrt{m^2 + 1}$, $\dots\dots\dots 7\text{分}$

$\therefore y_1 \cdot y_4 = -8$, 又 $(y_1 \cdot y_2) \cdot (y_3 \cdot y_4) = 64$, 则 $y_2 \cdot y_3 = -8$, $\dots\dots\dots 9\text{分}$

$$\text{由 } k_{AN} = \frac{y_1 - y_4}{x_1 - x_4} = \frac{4}{y_1 + y_4}, \text{得直线 } AN \text{ 方程为 } 4x - (y_1 + y_4)y + y_1 y_4 = 0,$$

∴ 直线AN方程为 $4x - (y_1 + y_4)y - 8 = 0$, 即直线AN过定点(2,0).

同理直线BM方程为 $4x - (y_2 + y_3)y + y_2y_3 = 0$,

∴ 直线BM方程为 $4x - (y_2 + y_3)y - 8 = 0$, 即直线BM过定点(2,0).

∴ 直线AN和直线BM过同一定点(2,0). ……………12分

21.解:(I) ∵ $f'(x) = 2a(e^x - 1)e^x - (x^2 + 2x)e^x$,

∴ $f'(0) = 0$, 又 ∵ $f(0) = 0$ 可知: 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处切线方程为 $y = 0$. ……………3分

(II) 当 $x \geq 0$, $a(e^x - 1)^2 - x^2e^x \geq 0$ 恒成立.

若 $a \leq 0$, 显然不合题意. ……………4分

∴ $a > 0$, 则 $\left[\sqrt{a}(e^x - 1) + xe^{\frac{x}{2}} \right] \left[\sqrt{a}(e^x - 1) - xe^{\frac{x}{2}} \right] \geq 0$ 对 $x \geq 0$ 恒成立,

即 $\sqrt{a}(e^x - 1) - xe^{\frac{x}{2}} \geq 0$ 对 $x \geq 0$ 恒成立,

令 $t = e^{\frac{x}{2}}$, 则 $x = 2 \ln t (t \geq 1)$, 从而 $\sqrt{a}(t - \frac{1}{t}) - 2 \ln t \geq 0$ 对 $t \geq 1$ 恒成立,

构造函数 $G(t) = \sqrt{a}(t - \frac{1}{t}) - 2 \ln t (t \geq 1)$,

∴ $G'(t) = \sqrt{a}(1 + \frac{1}{t^2}) - \frac{2}{t} = \frac{\sqrt{a}(t^2 + 1) - 2t}{t^2}$, ……………6分

(i) 若 $a \geq 1$, 则 $\sqrt{a}(t^2 + 1) - 2t \geq (t - 1)^2 \geq 0$, 故 $G'(t) \geq 0$,

∴ $G(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 单调递增, 则 $G(t) \geq G(1) = 0$ 成立.

(ii) 若 $0 < a < 1$, 由 $\sqrt{a}(t^2 + 1) - 2t = 0$, 得 $t_1 t_2 = 1$, 则 $t_1 < 1 < t_2 = \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{a}}$,

∴ $G(t)$ 在 $(1, t_2)$ 上单调递减, ∴ $G(t) < G(1) = 0$, 这与已知矛盾.

综上, $a \geq 1$. 所以 a 的取值范围是 $[1, +\infty)$. ……………8分

(III) 解: 由(II)取 $a = 1$, 可知当 $t > 1$, 恒有 $(t - \frac{1}{t}) - 2 \ln t > 0$,

令 $t = \sqrt{\frac{k+2}{k}}$, 则 $\sqrt{\frac{k+2}{k}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{k+2}{k}}} > 2 \ln \sqrt{\frac{k+2}{k}}$,

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{k(k+2)}} > 2 \ln \sqrt{\frac{k+2}{k}}, \text{即 } \frac{2}{\sqrt{k^2+2k}} > \ln \frac{k+2}{k} (k=1,2,3,\dots,n), \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \frac{2}{\sqrt{k^2+2k}} > \ln\left(\frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \dots \times \frac{n+1}{n-1} \times \frac{n+2}{n}\right) = \ln \frac{(n+1)(n+2)}{2},$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \frac{2}{\sqrt{k^2+2k}} > \ln(n^2+3n+2) - \ln 2,$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n \frac{2}{\sqrt{k^2+2k}} + \ln 2 > \ln(n^2+3n+2). \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

22.解:(I)已知圆 $C_1:(x-3)^2+(y-2)^2=5$, 得 $x^2+y^2-6x-4y+8=0$,

$$\therefore x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta,$$

$\therefore \rho^2 - 6\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta + 8 = 0$ 为圆 C_1 的极坐标方程.5分

(II)方法一: $\theta = \frac{\pi}{4}$ 可得 $\rho^2 - 5\sqrt{2}\rho + 8 = 0$,解得 $\rho_1 = \sqrt{2}$ 或 $\rho_2 = 4\sqrt{2}$,7分

$$\therefore |AB| = \rho_2 - \rho_1 = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{又 } \because r = \sqrt{5}, \text{则 } d = \sqrt{r^2 - \left(\frac{|AB|}{2}\right)^2} = \sqrt{5 - \frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\therefore S_{\Delta C_1 AB} = \frac{1}{2}|AB|d = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}. \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

方法二: 直线 $C_2: \theta = \frac{\pi}{4}$ 化为直角坐标方程为 $x - y = 0$,7分

圆心 $C(3,2)$ 到直线 AB 的距离 $d = \frac{|3-2|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 由半径 $r = \sqrt{5}$,8分

$$\therefore |AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 3\sqrt{2}, \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\therefore S_{\Delta C_1 AB} = \frac{1}{2}|AB|d = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}. \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$23. \text{解:(I)} f(x) = |x+1| - |x-2| = \begin{cases} 3, & x > 2, \\ 2x-1, & -1 \leq x \leq 2, \\ -3, & x < -1. \end{cases}$$

当 $x > 2$ 时, $f(x) = 3 > 2$ 成立;2分

当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, $f(x) = 2x - 1 > 2$, 则 $\frac{3}{2} < x \leq 2$;3分

当 $x < -1$ 时, $f(x) = -3 < 2$ 不合题意, ……………4分

综上, $f(x) > 2$ 的解集为 $(\frac{3}{2}, +\infty)$.……………5分

$$(II) f(x) = |x+1| - 2|x-m| = \begin{cases} -x+2m+1, & x > m, \\ 3x+1-2m, & -1 \leq x \leq m, \\ x-2m-1, & x < -1 \end{cases}$$

由 $f(x) = 0$, 解得 $x_1 = 2m+1, x_2 = \frac{2m-1}{3}$, 则 $|x_2 - x_1| = \left| \frac{-4m-4}{3} \right| = \frac{4}{3}(m+1)$, ……………7分

$$\text{又 } f(x)_{\max} = f(m) = m+1,$$

$$\therefore S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}(m+1)(m+1) = \frac{2}{3}(m+1)^2 \leq 54, \text{……………9分}$$

解得 $-10 \leq m \leq 8$, 又 $m > 0$, 则 $0 < m \leq 8$,


$\therefore m$ 的取值范围是 $(0, 8]$.……………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线