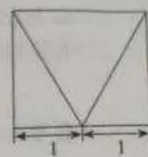


8. 底面为正方形且高为 $\sqrt{3}$ 的四棱锥的俯视图如图所示, 则其面积最大的侧面的面积为

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$
C. $\sqrt{7}$ D. $2\sqrt{2}$



9. 已知点 A, B, C 在圆 O 上, $|\vec{OA} + \vec{OB}| = |\vec{OA} - \vec{OB}|$, $\lambda \vec{OA} - \mu \vec{OB} = \vec{OC}$, 则 $\lambda^2 + \mu^2 =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

10. 已知 A, B 是抛物线 $E: y^2 = x$ 上的点, C 是 x 轴上的点, $AC \perp x$ 轴, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则 A 的横坐标为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. $\frac{16}{3}$

11. 6 个大小不相等的数排成 3 行, 第 1 行 1 个数, 第 2 行 2 个数, 第 3 行 3 个数, 设 a_k 是第 k ($k=1, 2, 3$) 行中的最大数, 现有下列四个命题:

- p_1 : 最大数在第一行的概率为 $\frac{1}{6}$. p_2 : 最大数在最后一行的概率为 $\frac{1}{3}$.
 p_3 : $a_1 < a_2$ 的概率为 $\frac{1}{3}$. p_4 : $a_2 < a_3$ 的概率为 $\frac{1}{2}$.

则下面命题中, 假命题为

- A. $p_1 \wedge (\neg p_2)$ B. $p_2 \vee (\neg p_3)$ C. $p_3 \wedge (\neg p_4)$ D. $p_1 \vee (\neg p_4)$

12. 已知正方体木块 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, P, Q, R 分别是棱 AB, AD, AA_1 上的点, $\triangle PQR$ 是边长为 $2\sqrt{2}$ 的等边三角形, 若将正方体木块切割成以 $\triangle PQR$ 为底面的直三棱柱, 则三棱柱的高的最大值为

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

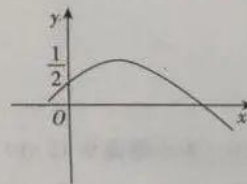
第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x+2 \\ y \geq 2x \\ 2x+3y \geq -6 \end{cases}$, 则 $z = x+y$ 的最小值为 $-\frac{14}{5}$.

14. 函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $\varphi = \frac{\pi}{6}$.



15. 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, O 为坐标原点, 线段 OF 的垂直平分线与双曲线 C 的渐近线交于 P, Q 两点, $|PQ| = 2|OF|$, 则双曲线 C 的离心率为 $\frac{5}{2}$.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n^2 + a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_{n+1}b_n = a_n$. 若 $S_{100} < k$ ($k \in \mathbb{Z}$), 则 k 的最小值为 70.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

中国是世界上沙漠化最严重的国家之一, 沙漠化造成生态系统失衡, 可耕地面积不断缩小, 对中国工农业生产和人民生活带来严重影响. 随着综合国力逐步增强, 西北某地区大力兴建防风林带, 引水拉沙, 引洪淤地, 开展了改造沙漠的巨大工程, 该地区于 2017 年投入沙漠治理经费 2 亿元, 从 2018 年到 2020 年连续 3 年每年增加沙漠治理经费 1 亿元, 近 4 年沙漠治理经费投入 x (亿元) 和沙漠治理面积 y (万亩) 的相关数据如下表所示:

年份	2017	2018	2019	2020
x	2	3	4	5
y	26	39	49	54

$\bar{x} = 3.5$
 $\bar{y} = 42$

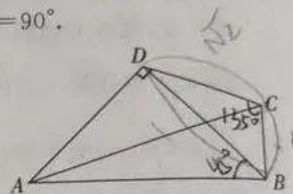
- (1)由上表数据可知,可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系,求出 y 关于 x 的回归直线方程;
 (2)若保持以往的沙漠治理经费增加幅度,请预测到哪一年沙漠治理面积突破 100 万亩.

参考公式:
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

18. (本小题满分 12 分)

如图,在平面四边形 $ABCD$ 中, $CD = \sqrt{2}BC = \sqrt{2}$, $\angle BCD = 135^\circ$, $AD = BD$, $\angle ADB = 90^\circ$.

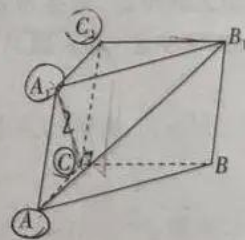
- (1)求四边形 $ABCD$ 的面积;
 (2)求 AC 的长.



19. (本小题满分 12 分)

如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle BCC_1 = 90^\circ$, 四边形 ACC_1A_1 是菱形, $\angle ACC_1 = 120^\circ$.

- (1)证明: $A_1C \perp AB_1$;
 (2)若 $AC = 2$, 求点 C_1 到平面 ABB_1A_1 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 过左焦点 F 且与 x 轴垂直的弦长为 $\sqrt{2}$.

- (1)求椭圆 C 的方程;
 (2)已知 A, B 为椭圆 C 上两点, O 为坐标原点, 斜率为 k 的直线 l 经过点 $P(0, \frac{1}{2})$, 若 A, B 关于 l 对称, 且 $OA \perp OB$, 求 l 的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 e^x + \ln x$.

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的单调性, 并证明 $f(x)$ 有且仅有一个零点;
(2) 若 $x(e^x - a) \geq \ln(ex)$, 求 a 的取值范围.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

22. (本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = a + \cos\alpha \\ y = b + \sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$.

- (1) 若 $a^2 + b^2 = 1$, C_1 与 C_2 有且只有 1 个公共点, 求 a ;
(2) 若 $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 曲线 C_1, C_2 交于 A, B 两点, 求 $|AB|^2$.

大联考 APP

23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知 a, b 为正数, 函数 $f(x) = |x - a| + |x + b|$ 的值域为 $[1 - c, +\infty)$.

- (1) 若 $c = -1$, 证明: $a + b \geq 2ab$;
(2) 若 $c > 0$, 证明: $\frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{abc} \geq 8$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》