

高三年级 12 月联考 数学参考答案

1. B 因为 $A = \{x | \sqrt{x} \leq 2\} = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | |x| < 2\} = \{x | -2 < x < 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 2\}$.
2. A 因为 $z \cdot (1+i) = 4$, 所以 $z = \frac{4}{1+i} = 2-2i$, 所以 z 的虚部为 -2 .
3. D 因为 $a = \ln 3 > 1$, $b = \log_3 \sqrt{3} < 0$, $c = 2^{-1} \in (0, 1)$, 所以 $b < c < a$.
4. A 由 $\{a_n\}$ 是等比数列, 得 $a_i^2 = a_i a_j$, 反之不成立, 则“数列 $\{a_n\}$ 是等比数列”是“ $a_i^2 = a_i a_j$ ”的充分不必要条件.
5. C 因为 C 的一条渐近线方程为 $x - \sqrt{3}y = 0$, 所以 $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以 C 的离心率 $e = \sqrt{1 + (\frac{b}{a})^2} = 2$.
6. D 因为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4\ln x$, 所以 $y' = x - \frac{4}{x}$, 令 $x - \frac{4}{x} = 3$, 即 $x^2 + 3x - 4 = 0$,
得 $x = 1$ 或 $x = -4$ (舍去), 所以切点是 $(1, \frac{1}{2})$, 代入 $3x + y - a = 0$, 得 $a = \frac{7}{2}$.
7. B 易知直线 l 过定点 $P(3, 1)$, 圆 C 的圆心为 $C(-1, 2)$, 当 $PC \perp l$ 时, 直线 l 被圆 C 截得的弦长最短. 因为 $|PC| = \sqrt{(3+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{17}$, 所以弦长的最小值为 $2\sqrt{25-17} = 4\sqrt{2}$.
8. A 设其中一个圆锥的底面半径为 r , 高为 h , 则 $2\pi \cdot \sqrt{r^2 + h^2} = 12\pi$, 则 $h^2 = \frac{36}{r^2} - r^2 > 0$, 得 $r \in (0, 6)$,
所以 $V = 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$, 令 $f(r) = V \in (0, 6)$,
设 $f(r) = V = \frac{4}{9}\pi^{\frac{2}{3}}r^2(\frac{36}{r^2} - r^2) = \frac{4}{9}\pi^{\frac{2}{3}}(36r^{\frac{2}{3}} - r^4)$, 则 $f'(r) = \frac{4}{9}\pi^{\frac{2}{3}}(36 - 4r^2)$,
若 $r \in (0, 2\sqrt{3})$, $f'(r) > 0$; 若 $r \in (2\sqrt{3}, 6)$, $f'(r) < 0$.
故 $f(r)_{\max} = f(2\sqrt{3}) = \frac{64\sqrt{3}}{3}\pi^{\frac{2}{3}}$, 即 V 的最大值为 $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi^{\frac{2}{3}}$.
9. D 由题意可得 $a = \frac{1.65 \times 2 + 1.7 \times 3 + 1.75 \times 4 + 1.8 \times 5 + 1.85 \times 6}{8} = 1.725$, 由 $8 \times 10\% = 3.2$, 得 $b = 1.7$.
10. ACD 由题意可知, 4 等奖比 5 等奖面值多 20 元, 所以 $\frac{(e^{0.05} + k) - (e^{0.04} + k)}{(e^{0.06} + k) - (e^{0.05} + k)} = e^{-0.01} = 5$, 则 $a = -\ln 5$, 由
 $(e^{0.05} + k) - (e^{0.04} + k) = e^{0.01}(1 - e^{-0.01}) = 100$, 可知 $e^{0.05} + k = 125$, 由 $e^{0.03} + k = 3(e^{0.05} + k)$, 解得 $k = 5$, 则 3 等
奖的面值为 130 元, $e^{0.06} + k = \frac{e^{0.05} + k}{e^{-0.01}} + k = 125 \times 25 + 5 = 3130$, 故 1 等奖面值为 3130 元.
11. AC 易知抛物线 $x^2 = 4y$ 的准线方程为 $y = -1$.
对于 A, 由 $A(1, 1)$, 得 $|AF| = 1 + 1 = 2$, A 正确.
对于 B, $|AE| + |AF| \geq |AE| + |EF| = |x_1 + 1| + |x_2 + 1| = 4$, B 错误.
对于 C, 设点 A, B 的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 直线 AB 的方程为 $y = kx + 1$, 联立方程 $\begin{cases} x^2 = 4y, \\ y = kx + 1, \end{cases}$ 消去
 y 得 $x^2 - 4kx - 4 = 0$, 所以 $x_1 + x_2 = 4k, x_1 x_2 = -4, y_1 + y_2 = 4k^2 + 2$,
则 $|AB| = \sqrt{1 + k^2} \sqrt{16k^2 + 4} = 4\sqrt{k^2 + 1}$, 线段 AB 的中点为 $G(2k, 2k^2 + 1)$,
点 G 到直线 $y = -1$ 的距离为 $d = 2k^2 + 2 = \frac{1}{2}|AB|$, 所以以 AB 为直径的圆与直线 $y = -1$ 相切, C 正确.
对于 D, 因为 $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$, 所以 $(-x_1, 1 - y_1) = 3(x_2, y_2 - 1)$, 可得 $3x_2 = -x_1$, 由 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4k, \\ x_1 x_2 = -4, \end{cases}$ 得
 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4k, \\ 3x_2 = -x_1, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 2k, \\ -3x_2 = -4, \end{cases} \text{解得 } k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{D 错误.}$$

12. ACD 对于 A, 如图 1, 易知四边形 ABC_1D_1 为平行四边形, 则 $AD_1 \parallel BC_1$, 所以 DP 与 AD_1 所成角即为异面直线 DP 与 BC_1 所成的角或补角. 又点 P 在线段 BC_1 上运动, 可知 $\triangle BC_1D$ 是等边三角形, 所以直线 DP 与 AD_1 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$, A 正确;

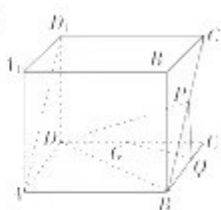


图 1

对于 B, 如图 2, 展开平面 C_1CBB_1 , 使平面 C_1CBB_1 与平面 $ABCD$ 共面, 过 G 作 $GP \perp BC_1$, 交 BC_1 于点 P , 交 BC 于点 Q , 则此时 $PQ+QG$ 最小. 由题可知, $C_1G=6$, 则 $GP=3\sqrt{2}$, 即 $PQ+QG$ 的最小值为 $3\sqrt{2}$, B 错误;



图 2

对于 C, 如图 3, 平面 AGP 截正方体所得截面 $AGFE$, 所以 $GF \parallel AE$. 作 $DH \parallel AE$, 则 $\angle HDG = \angle EAB$, $AB \parallel CD$, $\angle DCH = \angle ABE$, 所以 $\triangle DCH \cong \triangle ABE$, 则 $BE = CH = 2CF$. 又因为 $\triangle BEP \cong \triangle C_1FP$, 所以 $\frac{BP}{PC_1} = \frac{BE}{C_1F} = \frac{2}{3}$, 所以 $FC_1 = 3CF$, 则 $BE = 2CF = 2$, $AG = 2\sqrt{5}$, $AE = 2GF = 2\sqrt{5}$, $EF = \sqrt{17}$, 可求出 $S_{\triangle AGF} = 3\sqrt{21}$, C 正确;

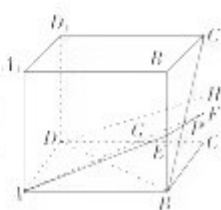


图 3

对于 D, 如图 4, 因为 $MA+MD=8$, 所以在平面内, 点 M 的轨迹是以 A, D 为焦点的椭圆. 又因为 $AB=1$, 所以该椭圆的长轴长为 8, 短轴长为 $4\sqrt{3}$, 故点 M 的轨迹是以 A, D 为焦点的椭圆表面.

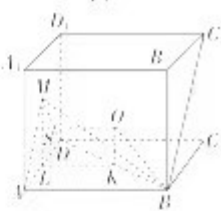


图 4

设 AD 的中点为 L , 要使三棱锥 $A-MBD$ 的体积最大, 即 M 到平面 ABD 的距离最大, 所以当 $MC \perp$ 平面 ADD_1A_1 , 且 $ML \perp$ 平面 ABD 时, 三棱锥 $A-MBD$ 的体积最大, 此时 $ML=2\sqrt{3}$, $\triangle MAD$ 为等边三角形, 设其中心为 S , 三棱锥 $A-MBD$ 的外接球的球心为 O , $\triangle ABD$ 的外心为 K , 连接 OK, OB, OS , 则 $OK = SL = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $BK = 2\sqrt{2}$, 所以 $BO^2 = BK^2 + OK^2 = \frac{28}{3}$, 此时三棱锥 $A-MBD$ 外接球的表面积 $S = 4\pi \cdot OB^2 = \frac{112\pi}{3}$, D 正确.

13. $\frac{1}{4}$ 因为 $a \perp (a+b)$, 所以 $a \cdot (a+b) = a \cdot a + a \cdot b = 20 - 2\lambda - 12 = 0$, 所以 $\lambda = -4$.

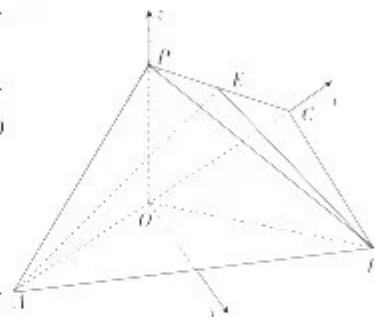
14. $\frac{\pi}{12}$ (或 $\frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$) (只需从 $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$ 中选择一个答案即可) 由题意可知 $g(x) = \sin[2(x+\varphi) + \frac{\pi}{3}] = \sin(2x + \frac{\pi}{3} + 2\varphi)$. 因为 $g(x)$ 是偶函数, 所以 $\frac{\pi}{3} + 2\varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$, 所以 $\varphi = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$. 因为 $0 < \varphi < \pi$, 所以 φ 的取值可能为 $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$.

15. $\frac{3}{7}$ 不妨设 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 则与 PA 垂直的有 1 条, 与 PB 垂直的有 2 条, 与 PD 垂直的有 2 条, $AB \perp BC, AB \perp AD, CD \perp BC, CD \perp AD$, 故所求概率为 $\frac{4+2+2+1}{C_5^2} = \frac{9}{10}$.

16. 14 240 令 $x=y=1$, 得 $a_1+a_2+\dots+a_n=1$, $(x+3y)(x-2y)^n = x(x-2y)^n + 3y(x-2y)^n$, 因为 $x(x-2y)^n$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = C_n^r x^{n-r} (-2y)^r$, 所以该展开式中 x^2y 的系数为 $C_n^1 (-2)^1 = -2n$, 因为 $3y(x-2y)^n$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = 3C_n^r x^{n-r} (-2y)^r$, 所以该展开式中 x^2y 的系数为 $3C_n^2 (-2)^2 = 120$, 故展开式中 x^2y 的系数为 -240 .

17. 解: (1) 因为 $\cos B + \sin \frac{A+C}{2} = 0$, 所以 $\cos B = -\sin \frac{B}{2} = 0$, 1 分

- 所以 $2\cos^2 \frac{B}{2} + \cos \frac{B}{2} - 1 = 0$, 解得 $\cos \frac{B}{2} = \frac{1}{2}$ 或 $\cos \frac{B}{2} = -1$ (舍去), 3 分
- 则 $\frac{B}{2} = \frac{\pi}{3}$, 故 $B = \frac{2\pi}{3}$, 4 分
- (2) 因为 $c = a - 5 = 3$, 所以 $a = 8, b = 3m (m > 0)$, 5 分
- 由三角形面积公式可得 $\frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}b \times \frac{15\sqrt{3}}{4}$, 则 $15b = 7ac = 7 \times 15m$, 故 $b = 7m$, 7 分
- 由余弦定理可得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 则 $49m^2 = 49m^2$, 解得 $m = 1$, 8 分
- 从而 $a = 8, c = 3, b = 7$, 故 $\triangle ABC$ 的周长为 $a + b + c = 15$, 10 分
18. 解: (1) 因为 $2S_n = a_n^2 + a_n - 2$, 所以 $2S_{n-1} = a_{n-1}^2 + a_{n-1} - 2 (n \geq 2)$, 1 分
- 所以 $2a_n = a_n^2 + a_n - (a_{n-1}^2 + a_{n-1}) (n \geq 2)$, 即 $a_n^2 - a_{n-1}^2 - a_n + a_{n-1} = 0 (n \geq 2)$, 2 分
- 所以 $(a_n + a_{n-1})(a_n - a_{n-1} - 1) = 0 (n \geq 2)$, 3 分
- 因为 $a_n > 0$, 所以 $a_n - a_{n-1} - 1 = 0$, 即 $a_n - a_{n-1} = 1$, 4 分
- 当 $n = 1$ 时, $2S_1 = 2a_1 = a_1^2 + a_1 - 2$, 解得 $a_1 = 2$ 或 $a_1 = -1$ (舍去), 5 分
- 则 $\{a_n\}$ 是首项为 2, 公差为 1 的等差数列, 6 分
- 故 $a_n = a_1 + (n-1)d = n+1$, 7 分
- (2) 由 (1) 可得 $(a_n - a_{n-1})^2 = [(n+2) - (n+1)]^2 = (n+2)^2 - (n+1)^2$, 8 分
- 因为 $\{(a_n - a_{n-1})^2 - b_n\}$ 是首项为 5, 公差为 2 的等差数列, 所以 $(a_n - a_{n-1})^2 - b_n = 5 + 2(n-1) = 2n+3$, 9 分
- 则 $b_n = \frac{2n+3}{(n-2)^2(n-1)^2} = \frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{(n-2)^2}$, 10 分
- 故 $T_n = b_1 - b_2 + \dots + b_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{(n+2)^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(n+2)^2} = \frac{n^2+4n}{4(n+2)^2}$, 12 分
19. (1) 证明: 因为 $AD = DC = BC = 2, \angle ABC = 60^\circ$, 所以 $AB = 4$, 所以 $AC = 2\sqrt{3}$, 1 分
- 则 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 故 $BC \perp AC$, 2 分
- 取 AC 的中点 O , 连接 OP, OB , 则 $OP = 1, OB = \sqrt{7}$, 3 分
- 因为 $OP^2 + OB^2 = PB^2$, 所以 $OP \perp OB$, 4 分
- 因为 $PA = PC$, 且 O 为 AC 的中点, 所以 $OP \perp AC$, 5 分
- 因为 $AC \cap OB = O$, 且 $AC, OB \subset$ 平面 ABC , 所以 $OP \perp$ 平面 ABC , 6 分
- 因为 $BC \subset$ 平面 ABC , 所以 $OP \perp BC$, 7 分
- 因为 $OP, AC \subset$ 平面 PAC , 且 $OP \cap AC = O$, 所以 $BC \perp$ 平面 PAC , 8 分
- (2) 解: 以 O 为坐标原点, 分别以 $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OP}$ 的方向为 y, z 轴正方向, 过 O 作 BC 的平行线为 x 轴, 建立如图所示的空间直角坐标系, 9 分
- 由题意可得 $A(0, -\sqrt{3}, 0), B(2, \sqrt{3}, 0), E(0, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 则 $\overrightarrow{AB} = (2, 2\sqrt{3}, 0)$, 10 分
- $\overrightarrow{AE} = (0, \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 11 分
- 设平面 ABE 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$, 12 分
- 则 $\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2x + 2\sqrt{3}y = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{3\sqrt{3}}{2}y + \frac{1}{2}z = 0, \end{cases}$ 令 $x = \sqrt{3}$, 得 $\mathbf{n} = (\sqrt{3}, -1, 3\sqrt{3})$, 13 分
- 平面 ABC 的一个法向量 $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$, 14 分
- 设二面角 $E-AB-C$ 为 θ , 由图可知 θ 是锐角, 15 分



则 $\cos \theta = \cos \langle \vec{n}, \vec{m} \rangle = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{31}} = \frac{3\sqrt{93}}{31}$, 即二面角 $E-AB-C$ 的余弦值为 $\frac{3\sqrt{93}}{31}$ 12 分

20. 解: (1) 甲先答 2 道题, 至少答对 1 道题, 乙才有机会答题, 且乙有机会答题的概率为 $\frac{21}{25}$, 所以 $1 - (1-p)^2 = \frac{21}{25}$ 2 分

所以 $(1-p)^2 = \frac{4}{25}$, 解得 $p = \frac{3}{5}$ 4 分

(2) 随机变量 X 的可能取值为 0, 50, 100, 150, 200. 5 分

则 $P(X=0) = (\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$ 6 分

$P(X=50) = C_2^1 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$ 7 分

$P(X=100) = (\frac{3}{5})^2 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + C_2^1 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times (\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{5}) = \frac{27}{125}$ 8 分

$P(X=150) = (\frac{3}{5})^2 \times (\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{5}) + C_2^1 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ 9 分

$P(X=200) = (\frac{3}{5})^2 \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{24}{125}$ 10 分

所以 X 的分布列为

X	0	50	100	150	200
P	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{27}{125}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{24}{125}$

..... 11 分

则 $E(X) = 0 \times \frac{4}{25} + 50 \times \frac{1}{125} + 100 \times \frac{27}{125} + 150 \times \frac{2}{5} + 200 \times \frac{24}{125} = \frac{608}{5}$ 12 分

21. 解: (1) 设椭圆的焦距为 $2c$.

由题意可得 $\begin{cases} \frac{1}{2b} + \frac{1}{a} = 1, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a^2 = 2, \\ b^2 = 1, \\ c^2 = 1. \end{cases}$ 3 分

故椭圆 C 的方程为 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 4 分

(2) 当直线 l 的斜率为 0 时, 以 AB 为直径的圆方程为 $x^2 + y^2 = 1$.

当直线 l 的斜率不存在时, 以 AB 为直径的圆方程为 $(x - \frac{1}{3})^2 + y^2 = \frac{16}{9}$.

联立 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ (x - \frac{1}{3})^2 + y^2 = \frac{16}{9}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 0. \end{cases}$ 故若存在定点 M , 则此定点为 $M(-1, 0)$ 6 分

当直线 l 斜率存在, 且不为 0 时, 设直线 $l: x = my + \frac{1}{3}$, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

联立 $\begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{2} = 1, \\ x = my + \frac{1}{3}, \end{cases}$ 整理得 $(18m^2 + 9)y^2 + 12my - 16 = 0$.

则 $y_1 + y_2 = -\frac{12m}{18m^2 + 9}$, $y_1 y_2 = -\frac{16}{18m^2 + 9}$ 8 分



- 因为 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (x_1 + 1, y_1) \cdot (x_2 + 1, y_2) = (my + \frac{1}{3})(my + \frac{1}{3}) + x_1x_2 = (m+1)x_1x_2 + \frac{1}{3}m(x_1 + x_2) + \frac{16}{9} = \frac{-16(m^2+1)}{18m^2+9} + \frac{4}{3}m \cdot \frac{-12m}{18m^2+9} + \frac{16}{9} = \frac{-16m^2-16}{18m^2+9} + \frac{-16m^2}{18m^2+9} + \frac{16(2m^2+1)}{9(2m^2+1)} = 0$, 10 分
- 所以以 AB 为直径的圆经过定点 $M(-1, 0)$, 11 分
- 综上, 以 AB 为直径的圆经过定点 $M(-1, 0)$, 12 分
22. (1) 解: 由题意可得 $f'(x) = e^x - 2ax$, 则 $f'(x) = e^x - 2ax \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立,
故 $2a \leq \frac{e^x}{x} (x > 0)$, 1 分
- 设 $g(x) = \frac{e^x}{x} (x > 0)$, 则 $g'(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2} (x > 0)$, 2 分
- 由 $0 < x < 1$, 得 $g'(x) < 0$, 由 $x > 1$, 得 $g'(x) > 0$,
则 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 故 $g(x) \geq g(1) = e$, 4 分
- 从而 $2a \leq e$, 即 $a \leq \frac{e}{2}$, 5 分
- (2) 证明: 设 $h(x) = f(x) - (e-2)x - a = e^x - ax - (e-2)x - a$,
因为 $a \leq 1$, 所以 $h(x) = e^x - a(x^2 + 1) - (e-2)x \geq e^x - (x^2 + 1) - (e-2)x$, 6 分
- 设 $F(x) = e^x - (x^2 + 1) - (e-2)x$, 则 $F'(x) = e^x - 2x - e + 2$,
设 $G(x) = F'(x) = e^x - 2x - e + 2 (x \geq 0)$, $G'(x) = e^x - 2$, 7 分
- 由 $G'(x) > 0$, 得 $x > \ln 2$, 由 $G'(x) < 0$, 得 $0 \leq x < \ln 2$,
则 $G(x)$ 在 $[0, \ln 2]$ 上单调递减, 在 $(\ln 2, +\infty)$ 上单调递增, 即 $F'(x)$ 在 $[0, \ln 2]$ 上单调递减, 在 $(\ln 2, +\infty)$ 上单调递增, 8 分
- 因为 $F'(0) = 3 - e > 0$, $F'(\ln 2) = 1 - e - 2\ln 2 < 0$, $F'(1) = 0$,
所以存在 $x \in (0, \ln 2)$, 使 $F'(x) = 0$, 10 分
- 则 $F(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递增, 在 $(x_0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增,
因为 $F(0) = F(1) = 0$, 所以 $h(x) \geq 0$ 对一切的 $x \geq 0$ 恒成立, 即当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq (e-2)x + a$, 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线