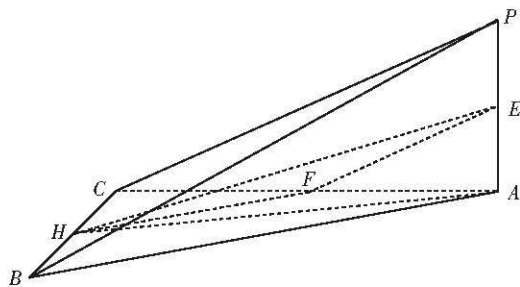


高一期末练习卷 数学参考答案

1. C $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$.
2. B $z = 2i(3 - 5i) = 10 + 6i$, 则 $\bar{z} = 10 - 6i$.
3. D 依题意得该礼盒中莲子粽的个数为 $10 \times \frac{54}{72+18+36+54} = 3$.
4. D 设这 5 名登山爱好者为 a, b, c, d, e , 其中 a, b 为成功登顶珠穆朗玛峰的 2 人. 从中任选 2 人, 基本事件为 $(a, b), (a, c), (a, d), (a, e), (b, c), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e)$, 共 10 个, 则“恰有 1 人成功登顶珠穆朗玛峰”包含的基本事件有 6 个, 故被选中的 2 人中恰有 1 人成功登顶珠穆朗玛峰的概率是 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.
5. C 依题意可得 $OA \perp OB$, 将该扇形旋转一周而形成的曲面所围成的几何体是半径为 2 的半球, 其体积为 $\frac{1}{2} \times \frac{4\pi}{3} \times 2^3 = \frac{16\pi}{3}$.
6. C 由题意得 $|b| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$, 向量 a 在向量 b 上的投影向量为 $\frac{a \cdot b}{|b|^2} \cdot b = \frac{3-1}{10}b = \frac{1}{5}b$.
7. A 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到曲线 $y = 3\cos[6(x + \frac{\pi}{12}) - \frac{\pi}{3}] = 3\cos(6x + \frac{\pi}{6})$, 再把得到的曲线上所有点的横坐标伸长到原来的 3 倍, 纵坐标不变, 得到 $g(x) = 3\cos(2x + \frac{\pi}{6}) = 3\sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ 的图象.
8. C 分别取 PA, AC, BC 的中点 E, F, H , 连接 EF, FH, HE, AH . 因为点 P 在平面 ABC 上的射影是 A , 所以 $PA \perp$ 平面 ABC , 则 $PA \perp AC, PA \perp AH$. 因为 E, F, H 分别为 PA, AC, BC 的中点, 所以 $HF \parallel AB, EF \parallel PC$, 所以 PC 与 AB 所成的角即 $\angle HFE$ 或其补角. 因为 $AB = \sqrt{40-4} = 6$, 所以 $AC = \sqrt{36-4} = 4\sqrt{2}, PC = \sqrt{32+4} = 6$, 所以 $HF = EF = \frac{1}{2} \times 6 = 3$. 又因为 $AH = \sqrt{AC^2 + HC^2} = \sqrt{32+1} = \sqrt{33}$, 所以 $HE = \sqrt{AH^2 + AE^2} = \sqrt{33+1} = \sqrt{34}$, 所以 $\cos \angle EFH = \frac{HF^2 + EF^2 - HE^2}{2HF \cdot EF} = \frac{9+9-34}{2 \times 3 \times 3} = -\frac{8}{9}$, 故异面直线 PC 与 AB 所成角的余弦值为 $\frac{8}{9}$.



【高一数学·参考答案 第 1 页(共 5 页)】

• 23-563A •

9. BCD 由图可知, Ω 有 8 个顶点, 13 条棱, 7 个面, 平面 $BC_1D \cap$ 平面 $ABB_1A_1 = BD$.

10. ABD 因为 $\frac{z-2i}{z} = 2+i$, 所以 $z = \frac{-2i}{1+i} = \frac{-2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i+2i^2}{2} = -1-i$, z 的虚部为 -1 ,

A 正确; $|z| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$, B 正确; z 在复平面内对应的点的坐标为 $(-1, -1)$, 在第三象限, C 错误; 因为 $z^2 = (-1-i)^2 = 1+2i+i^2 = 2i$, 所以 $z^6 = (z^2)^3 = (2i)^3 = -8i$, D 正确.

11. ACD 依题意得 $A=3$, $f(0) = 3\sin \varphi = -\frac{3}{2}$, $\sin \varphi = -\frac{1}{2}$, 因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = -\frac{\pi}{6}$, A 正

确. 因为 $f(\frac{\pi}{48}) = 3\sin(\frac{\pi}{48}\omega - \frac{\pi}{6}) = 0$, 所以 $\frac{\pi}{48}\omega - \frac{\pi}{6} = k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 解得 $\omega = 8 + 48k (k \in \mathbf{Z})$. 因

为 $\frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega} > \frac{\pi}{48}$, 所以 $0 < \omega < 24$, 所以当 $k=1$ 时, $\omega = 8$, B 错误. 因为 $f(x) = 3\sin(8x - \frac{\pi}{6})$,

所以令 $8x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 解得 $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$, 则 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对

称, C 正确. 因为当 $x \in [\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{6}]$ 时, $8x - \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$, 所以 $3\sin(8x - \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{3}{2}, 3]$, 所以

$f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{6}]$ 上的值域为 $[-\frac{3}{2}, 3]$, D 正确.

12. BCD 因为事件 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, 事件 $B = \{1, 3, 5, 8\}$, 事件 $C = \{1, 6, 7, 8\}$, 所以 $A \cap B \cap C = \{8\}$, $A \cap B = \{8\}$, $A \cap C = \{6, 8\}$, $B \cap C = \{1, 8\}$, 所以 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}$, $P(AB) =$

$\frac{1}{8}$, $P(AC) = \frac{1}{4}$, $P(BC) = \frac{1}{4}$, $P(ABC) = \frac{1}{8}$, 所以 $P(AB) \neq P(A)P(B)$, 事件 A, B 不相

互独立, A 错误; $P(AC) = P(A)P(C)$, 事件 A, C 相互独立, B 正确; $P(BC) = P(B)P(C)$, 事件 B, C 相互独立, C 正确; $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$, D 正确.

13. 1 因为复数 $z = m^2 - (1-i)m = m^2 - m + mi$ 为纯虚数, 所以 $\begin{cases} m^2 - m = 0, \\ m \neq 0, \end{cases}$ 解得 $m = 1$.

14. $\sqrt{13}$ 因为 $(2a-b)^2 = 4a^2 + b^2 - 4a \cdot b = 13$, 所以 $|2a-b| = \sqrt{13}$.

15. $-\frac{7}{24}; -14$ $\tan 2\theta = \frac{2 \times 7}{1-7^2} = -\frac{7}{24}$, $\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}) - \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}) = \frac{1 - \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan \frac{\theta}{2}} - \frac{1 + \tan \frac{\theta}{2}}{1 - \tan \frac{\theta}{2}} =$

$$\frac{(1 - \tan \frac{\theta}{2})^2 - (1 + \tan \frac{\theta}{2})^2}{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{-4 \tan \frac{\theta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}} = -2 \tan \theta = -14.$$

16. $200\sqrt{15}$ 由题意知 $\angle QPM = \frac{\pi}{3}$, $\angle PQM = \frac{\pi}{6}$, 所以 $\angle QMP = \frac{\pi}{2}$, 所以在 $\text{Rt} \triangle QMP$ 中,

$MP = \frac{1}{2}QP = 600$ 米, $QM = \frac{\sqrt{3}}{2}PQ = 600\sqrt{3}$ 米. 又 $\angle QPN = \frac{\pi}{4}$, $\angle PQN = \frac{5\pi}{12}$, 所以 $\angle QNP =$

$\frac{\pi}{3}$. 在 $\triangle QNP$ 中, 由正弦定理, 得 $\frac{QN}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{PQ}{\sin \frac{\pi}{3}}$, 所以 $QN = \frac{1200}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 400\sqrt{6}$ 米. 在

$\triangle MNQ$ 中, $\angle MQN = \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}$.

由余弦定理,得 $MN = \sqrt{QN^2 + QM^2 - 2QN \cdot QM \cdot \cos \angle MQN}$
 $= \sqrt{(400\sqrt{6})^2 + (600\sqrt{3})^2 - 2 \times 400\sqrt{6} \times 600\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = 200\sqrt{15}$ 米.

17. 解: (1) $2a + b = (-3, 9)$, 1 分
 因为 $(2a + b) \parallel c$, 所以 $-3\lambda = 6 \times 9$, 3 分
 解得 $\lambda = -18$ 5 分
 (2) $a - 3b = (-5, 8)$, 6 分
 因为 $(a - 3b) \perp c$, 所以 $-5 \times 6 + 8\lambda = 0$, 8 分
 解得 $\lambda = \frac{15}{4}$ 10 分

18. 解: (1) 因为 $\sin^2 A + \sin A \sin C + \sin^2 C + \cos^2 B = 1$, 所以 $\sin^2 A + \sin A \sin C + \sin^2 C = \sin^2 B$.
 1 分
 所以 $a^2 + ac + c^2 = b^2$ 2 分
 根据余弦定理可得 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = -\frac{1}{2}$, 4 分
 因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B = \frac{2\pi}{3}$ 6 分
 (2) 由余弦定理知 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 即 $7^2 = 5^2 + c^2 - 2 \times 5c \cos \frac{2\pi}{3}$, 8 分
 化简得 $c^2 + 5c - 24 = 0$, 解得 $c = 3$ 或 $c = -8$ (舍去). 10 分

由正弦定理知 $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$, 则 $\sin C = \frac{c \sin B}{b} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{3\sqrt{3}}{14}$ 12 分

19. 解: (1) 因为 $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$, 所以 $\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = \frac{3}{5}$, 即 $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$
 2 分
 所以 $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \frac{18}{25}$, 则 $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{18}{25}$, 即 $1 + \sin 2\alpha = \frac{18}{25}$,
 所以 $\sin 2\alpha = -\frac{7}{25}$ 5 分
 (2) 因为 $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$, 所以 $\frac{\pi}{4} - \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$,
 又因为 $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$, 所以 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = -\frac{4}{5}$ 6 分
 因为 $\sin(\frac{5\pi}{4} + \beta) = -\frac{12}{13}$, 所以 $\sin(\frac{\pi}{4} + \beta) = -\sin(\frac{5\pi}{4} + \beta) = \frac{12}{13}$ 7 分
 又 $\beta \in (0, \frac{\pi}{4})$, 则 $\frac{\pi}{4} + \beta \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 所以 $\cos(\frac{\pi}{4} + \beta) = \frac{5}{13}$, 9 分
 则 $\cos(\alpha + \beta) = \cos[(\frac{\pi}{4} + \beta) - (\frac{\pi}{4} - \alpha)] = \cos(\frac{\pi}{4} + \beta) \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\frac{\pi}{4} + \beta) \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$
 $= \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{12}{13} \times (-\frac{4}{5}) = -\frac{33}{65}$,

故 $\cos(\alpha+\beta)=-\frac{33}{65}$ 12 分

20. 解: (1) 根据题意得 $(0.005+0.010+m+0.040+0.020+0.010)\times 10=1$, 2 分
解得 $m=0.015$ 3 分

(2) 该果园这 200 个蜜桔的平均质量约为 $30\times 0.05+40\times 0.10+50\times 0.15+60\times 0.40+70\times 0.20+80\times 0.10=59$ 克/个. 6 分

(3) 依题意可估计该果园这 5 万个蜜桔的总质量为 $5\times 59=295$ 万克 $=2950$ 千克. 8 分

若按原销售方案进行销售, 则可获得的收益约为 $2950\times 25=73750$ 元; 9 分

若低于 55 克的蜜桔以 140 元/百个进行销售, 不低于 55 克的蜜桔以 160 元/百个进行销售, 则可获得的收益约为 $(0.05+0.10+0.15)\times 500\times 140+(0.40+0.20+0.10)\times 500\times 160=77000$ 元. 11 分

因为 $77000>73750$, 所以按新方案进行销售, 该果园收益会更高. 12 分

21. 解: (1) 设 A_k, B_k 分别表示甲、乙在第 $k(k=1, 2, 3, \cdots)$ 轮射中,

则 $P(A_k)=\frac{1}{2}, P(B_k)=\frac{2}{3}$.

设 C 表示“少年队”在一轮比赛中恰好射中 1 次,

则 $P(C)=P(A_1)P(\overline{B_1})+P(\overline{A_1})P(B_1)$ 2 分

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$,

所以“少年队”在一轮比赛中恰好射中 1 次的概率为 $\frac{1}{2}$ 5 分

(2) 设 D_0, D_1, D_2, D_3 分别表示甲在三轮比赛中射中 0 次, 1 次, 2 次, 3 次,

E_0, E_1, E_2, E_3 分别表示乙在三轮比赛中射中 0 次, 1 次, 2 次, 3 次,

M 表示“少年队”在三轮比赛中恰好射中 3 次.

$P(D_0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}, P(D_1)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$, 6 分

$P(D_2)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}, P(D_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$, 7 分

$P(E_0)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}, P(E_1)=3\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$, 8 分

$P(E_2)=3\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}, P(E_3)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$, 9 分

所以 $P(M)=P(D_0)P(E_3)+P(D_1)P(E_2)+P(D_2)P(E_1)+P(D_3)P(E_0)$ 10 分

$=\frac{1}{8}\times\frac{8}{27}+\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{27}=\frac{7}{24}$,

故“少年队”在三轮比赛中恰好射中 3 次的概率为 $\frac{7}{24}$ 12 分

22. (1) 证明: 根据题意可得 $PF\perp PD$ 1 分

因为 $PF\perp BF, BF\parallel AD$, 所以 $PF\perp AD$ 2 分

又 $PD\cap AD=D$, 所以 $PF\perp$ 平面 PDE 3 分

因为 $PF\subset$ 平面 PDF , 所以平面 $PDF\perp$ 平面 PDE 4 分

(2)解:设 $CF=x, CD=y$, 则 $x^2+y^2=12, DE=x, PF=x, EF=y$.

由(1)知 $PF \perp$ 平面 PDE , 则 $PF \perp PE$, 得 $PE = \sqrt{y^2 - x^2}$ 5 分

因为 $PF \perp AD, EF \perp AD, EF \cap PF = F$, 所以 $AD \perp$ 平面 PFE , 则 $AD \perp PE$, 6 分

所以三棱锥 $P-EDF$ 的体积 $V_{P-EDF} = V_{F-PED} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{y^2 - x^2} \cdot x = \frac{1}{6} x^2 \cdot$

$\sqrt{y^2 - x^2} = \frac{1}{6} x^2 \cdot \sqrt{12 - 2x^2}$ 9 分

因为 $x^2 \cdot \sqrt{12 - 2x^2} = \sqrt{x^2 \cdot x^2 \cdot (12 - 2x^2)} \leq \sqrt{\left(\frac{x^2 + x^2 + 12 - 2x^2}{3}\right)^3} = 8$, 当且仅当 $x^2 =$
 $12 - 2x^2$, 即 $x = 2$ 时, 等号成立, 11 分

所以 $V_{P-EDF} = \frac{1}{6} x^2 \cdot \sqrt{12 - 2x^2} \leq \frac{1}{6} \times 8 = \frac{4}{3}$, 故三棱锥 $P-EDF$ 的体积的最大值为 $\frac{4}{3}$.

..... 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线