2022-2023 学年高一数学下学期期末考试卷答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.【答案】B

【解析】利用复数的运算法则化简复数 z，利用复数的模长公式可求得 $|z|$．$\because z-1=\frac{6}{1+i}$，

$\therefore z=\frac{6(1-i)}{(1+i)(1-i)}+1=3(1-i)+1=4-3i$，则 $|z|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$． 故选：B．

2.【答案】B

【解析】

因为数据 $2x_1-1$，$2x_2-1$，$2x_3-1$，$2x_4-1$，$2x_5-1$ 的方差是数据 x_1，x_2，x_3，x_4，x_5 的方差的 4 倍，所以数据 $2x_1-1$，$2x_2-1$，$2x_3-1$，$2x_4-1$，$2x_5-1$ 的方差是 $\frac{1}{2}\times 4=2$，故选：B

3.【答案】C

【解析】样本中业务员的人数为 $20-7=13$，

设该单位的业务员人数为 n，由题意可得 $\frac{n}{160}=\frac{13}{20}$，解得 $n=\frac{13\times 160}{20}=104$．

故该单位的职工中业务员的人数为104人． 故选：C．

4.【答案】A

【解析】第二组的频率是 $0.04\times 10=0.4$，所有参赛的学生人数为 $\frac{40}{0.4}=100$，那么 80-100 分的频率是 $(0.01+0.005)\times 10=0.15$，所以人数为 $0.15\times 100=15$，故选：A．

5.【答案】C

【解析】由于 $a,b,c\in\{1,2,3,4\}$，且 a,b,c 互不相同，故可得 $4\times 3\times 2=24$ 个三位数．若 $b=1$，则“凹数”有：$213,214,312,314,412,413$ 共 6 个；若 $b=2$，则“凹数”有：$324,423$ 共 2 个．所以这个三位数为“凹数”的概率为有 $p=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$． 故选：C

6.【答案】D

【解析】设 $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=k$，$(k>0)$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}|\times|\overrightarrow{b}|\times\cos\frac{\pi}{3}=\frac{k^2}{2}$，

$(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})^2=\overrightarrow{a}^2+\overrightarrow{b}^2-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=2k^2-k^2=k^2$，$\therefore |\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=k$

$(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}-\overrightarrow{b}^2=\frac{k^2}{2}-k^2=-\frac{k^2}{2}$，

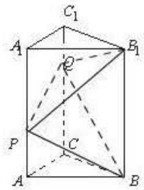
设向量 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{b}$ 的夹角为 θ，

$\cos\theta=\frac{(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|\cdot|\overrightarrow{b}|}=\frac{-\frac{k^2}{2}}{k^2}=-\frac{1}{2}$，

因为 $\theta\in[0,\pi]$， 所以 $\theta=\frac{2\pi}{3}$，

所以 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 与 $\overrightarrow{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$． 故选：D

7.【答案】C



【解析】设三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V，则 $V=120$，如图所示，

由四边形 $APQC$ 的面积为 ACC_1A_1 面积的 $\frac{1}{2}$，则 $V_{B-ACQP}=\frac{1}{2}V_{B-ACC_1A}$

又 $V_{B-A_1B_1C_1}=\frac{1}{3}V$，又 $V_{B-A_1B_1C_1}+V_{B-ACC_1A_1}=V$，得 $V_{B-ACC_1A_1}=\frac{2}{3}V$

得 $V_{B-ACQP}=\frac{1}{3}V$，同理，$V_{B_1-AC_1QP}=\frac{1}{3}V$，故三棱锥 B_1-BPQ 的体积为 $\frac{1}{3}V$

即三棱锥 B_1-BPQ 的体积为40． 故选：C．

8.【答案】B

【解析】依题意 $a=2b\sin A$，由正弦定理得 $\sin A=2\sin B\sin A$，所以 $\sin B=\frac{1}{2}$，

由于三角形 ABC 是锐角三角形，所以 $B=\frac{\pi}{6}$．

由 $\begin{cases}A+B>\frac{\pi}{2}\\0<A<\frac{\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\pi}{3}<A<\frac{\pi}{2}$．

所以 $\cos A+\sin C=\cos A+\sin\left(\frac{5\pi}{6}-A\right)=\cos A+\frac{1}{2}\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A=\frac{3}{2}\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A$

$=\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)$，

由于 $\frac{2\pi}{3}<A+\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{6}$，所以 $\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)\in\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

所以 $\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)\in\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$． 故选：B

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9.【答案】AD

【解析】根据实数和复数的定义，逐个选项判断即可．若复数 z 满足 $\frac{1}{z}\in R$，则 $z\in R$，故命题A 为真

命题；

复数$z=i$满足$z^2=-1\in R$，则$z\notin R$，故命题B为假命题；

若复数$z_1=i$，$z_2=2i$满足$z_1z_2\in R$，但$z_1\neq\overline{z_2}$，故命题C为假命题；

若复数$z\in R$，则$\overline{z}=z\in R$，故命题D为真命题.　　故选：AD

10.【答案】ABD

【解析】数据从小到大排列为：$6,7,7,8,8,8,9,9,10$，

所以众数为8，A选项正确；中位数为8，C选项错误；

平均数为$\dfrac{6+7+7+8+8+8+9+9+10}{9}=8$，所以B选项正确；

方差为$\dfrac{1}{9}\left[(6-8)^2+(7-8)^2\times2+(8-8)^2\times3+(9-8)^2\times2+(10-8)^2\right]=\dfrac{4}{3}$，所以D选项正确.

故选：ABD

11.【答案】BCD

【解析】A.连续抛两枚质地均匀的硬币，有4个基本事件，包含两正，两反，先反再正，先正再反，

出现一正一反的概率$P=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$，故A不正确；

B.不超过15的素数包含2,3,5,7,11,13,共6个数字,随机选取两个不同的数字,和等于14的包含$(3,11)$，

则概率为$P=\dfrac{1}{C_6^2}=\dfrac{1}{15}$，故B正确；

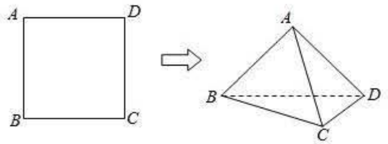
C.将一个质地均匀的骰子先后抛掷2次，共36种情况，点数之和为6包含

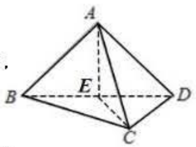
$(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$，共5种，所以点数之和为6的概率$P=\dfrac{5}{36}$，故C正确；

D.由题意可知取出的产品全是正品的概率$P=\dfrac{C_3^2}{C_4^2}=\dfrac{1}{2}$，故D正确.　故选：BCD

12.【答案】AB

【解析】





对于A，取BD的中点E，连接AE,CE，则$AE\perp BD,CE\perp BD$，

所以$BD\perp$平面ACE，

所以$AC\perp BD$，所以异面直线AC与BD所成的角为90°，

所以A正确；

对于B，由于正方形的边长为2，所以$AD=CD=2,AE=CE=\sqrt{2}$，

因为$\angle AEC=90^\circ$，所以$AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=2$，所以$\triangle ACD$为正三角形，所以B正确；

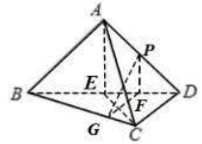
对于C，如图，过P作$PF\perp BD$于F，过F作$FG\perp BC$于G，连接PG，

因为平面$ADB\perp$平面BCD，所以$PF\perp$平面BCD，则$PF\perp FG$，$PF\perp BC$，

所以$BC\perp$平面PFG，所以$BC\perp PG$，设$PF=x$，则$DF=x$，$BF=2\sqrt{2}-x$，

所以$FG=2-\dfrac{x}{\sqrt{2}}$，

所以$PG=\sqrt{x^2+(2-\dfrac{x}{\sqrt{2}})^2}=\sqrt{\dfrac{3}{2}x^2-2\sqrt{2}x+4}=\sqrt{\dfrac{3}{2}(x-\dfrac{2\sqrt{2}}{3})^2+\dfrac{8}{3}}$，



所以当$x=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$时，PG有最小值$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，

所以$\triangle BCP$面积的最小值为$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，故C不正确；

对于D，由于$AE=CE=BE=DE=\sqrt{2}$，

所以E为四面体$ABCD$的外接球的球心，且球的半径为$\sqrt{2}$，所以四面体$ABCD$的外接球的表面积为$4\pi\times(\sqrt{2})^2=8\pi$，故D不正确，故选：AB

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.【答案】$\dfrac{1}{3}$

【解析】从四人中任选两名志愿者的基本事件总数为：$C_4^2=6$种甲被选中，乙没有被选中的基本事件有：$C_2^1=2$种

$\therefore$ 甲被选中，乙没有被选中的概率$p=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$，　故答案为：$\dfrac{1}{3}$

14.【答案】2

【解析】由题意$V_1=\pi R^2\cdot\dfrac{4R}{3}=\dfrac{4\pi R^3}{3}$，$V_2=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\pi R^3}{3}=\dfrac{2\pi R^3}{3}$，

所以$\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\frac{4\pi R^3}{3}}{\frac{2\pi R^3}{3}}=2$，　故答案为：2

15.【答案】$\dfrac{1}{2}$

【解析】

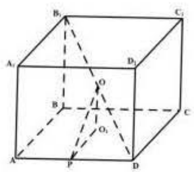
$\sin 2A=\sin C\therefore 2\sin A\cos A=\sin C\therefore 2a\cos A=c\therefore\cos A=\dfrac{1}{6}$

$\therefore\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{6}\therefore b=3$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=bc\cos A=3\times1\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}$,　　故答案为: $\dfrac{1}{2}$

16.【答案】　$\dfrac{9}{4}\pi$

【解析】如图，

因为球O的内接长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，



$AB=AA_1=2$，$AD=3$，

所以$2R=DB_1=\sqrt{2^2+2^2+3^2}=\sqrt{17}$，

所以球的表面积$S=4\pi R^2=17\pi$，

当$OP\perp$球的截面，即P为截面圆圆心时，球心到截面圆的距离$d=OP$时最大，

此时截面圆的半径$r=\sqrt{R^2-d^2}$最小，此时截面圆的面积最小，

而$OP=\sqrt{OO_1^2+O_1P^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

所以$r=\sqrt{\frac{17}{4}-2}=\frac{3}{2}$，

所以截面圆面积$S=\pi r^2=\frac{9\pi}{4}$． 故答案为：$\frac{9\pi}{4}$

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.【答案】(1) $(-\frac{1}{3},\frac{1}{2})$；(2) $\overline{z}=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$．

【解析】(1) 由题意，复数$z_1=1-2i,z_2=3+4i$，

则$z_1+az_2=1-2i+a(3+4i)=(1+3a)+(4a-2)i$

因为复数z_1+az_2在复平面上对应的点在第四象限，

所以$\begin{cases}1+3a>0\\4a-2<0\end{cases}$，解得$-\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$，即实数$a$的取值范围$(-\frac{1}{3},\frac{1}{2})$．

(2) 由$z=\frac{z_1}{z_2}=\frac{1-2i}{3+4i}=\frac{(1-2i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{-5-10i}{25}=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$，所以$\overline{z}=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$．

18.【答案】(1) $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (2) 8

【解析】(1) ∵四边形$ABCD$为平行四边形

$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(1,3)-(2,4)=(-1,-1)$

$\therefore \cos\angle DAB=\frac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{AB}|}=\frac{-2-4}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{4+16}}=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(2) $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=(-1,-1)-(2,4)=(-3,-5)$

$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AD}=-1\times(-3)+(-1)\times(-5)=3+5=8$

19.

【答案】(1) $a=0.035$，120；(2) $\frac{7}{15}$

【解析】(1) 由频率分布直方图可知$(0.010\times2+0.025+a+0.015+0.005)\times10=1$，

解得$a=0.035$，

这800名学生数学成绩的平均数为：

$95\times0.010\times10+105\times0.010\times10+115\times0.025\times10$

$+125\times0.035\times10+135\times0.015\times10+145\times0.005\times10=120$；

(2) 由题意可知：第二组抽取2名学生，其成绩记为A，B，则$100\le A$，$B<110$；

第五组抽取3名学生，其成绩记为C，D，E，则$130\le C$，D，$E<140$；

第六组抽取1名学生，其成绩记为F，则$140\le F\le150$；

现从这6名学生中抽取2名学生的成绩的基本事件为：

(A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,E)，(A,F)，(B,C)，(B,D)，(B,E)，(B,F)，

(C,D)，(C,E)，(C,F)，(D,E)，(D,F)，(E,F)共15个．

其中事件$|x-y|\le20$包含的基本事件为：(A,B)，(C,D)，(C,E)，(C,F)，(D,E)，(D,F)，

(E,F)共7个；

记“这2名学生的竞赛成绩分别为x、y，其中$|x-y|\le20$”为事件M，则$P(M)=\frac{7}{15}$．

20.【答案】(1) $\frac{1}{10}$；(2) $\frac{119}{1250}$

【解析】(1) 在图表中，甲品牌的50个样本中，

首次出现故障发生在保修期内的概率为：$\frac{2+1+2}{50}=\frac{1}{10}$，

设从该商城销售的甲品牌固态硬盘中随机抽取一个，

其首次出现故障发生在保修期内为事件A，

利用频率估计概率，得$P(A)=\frac{1}{10}$，

即从该商城销售的甲品牌固态硬盘中随机抽取一个，

其首次出现故障发生在保修期内的概率为：$\frac{1}{10}$；

(2) 设从该商城销售的甲品牌固态硬盘中随机抽取一个，

其首次出现故障发生在保修期的第3年为事件B，

从该商城销售的乙品牌固态硬盘中随机抽取一个，

其首次出现故障发生在保修期的第3年为事件C，

利用频率估计概率，得：$P(B)=\frac{2}{50}=\frac{1}{25},P(C)=\frac{3}{50}$，

则 $P\left(B\overline{C}+\overline{B}C\right)$

$=P(B)P\left(\overline{C}\right)+P\left(\overline{B}\right)P(C)$

$=P(B)\left[1-P(C)\right]+\left[1-P(B)\right]P(C)$

$=\frac{1}{25}\times\left(1-\frac{3}{50}\right)+\left(1-\frac{1}{25}\right)\times\frac{3}{50}$

$=\frac{119}{1250}$ ，

∴ 某人在该商城同时购买了甲、乙两种品牌的固态硬盘各一个，恰有一个首次出现故障发生在保修期的第 3 年的概率为：$\frac{119}{1250}$.

21.请从下面三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并解答.① $\sqrt{3}\cos A(c\cos B+b\cos C)+a\sin A=0$；② $\cos B=\frac{2c+b}{2a}$ ③ $\tan A+\tan B+\tan C+\sqrt{3}\tan B\tan C=0$.

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对应边分别为 a,b,c .___________.

（1）求 A；

（2）设 AD 是 $\triangle ABC$ 的内角平分线，边 b,c 的长度是方程 $x^2-8x+6=0$ 的两根，求线段 AD 的长度.

【答案】条件选择见解析；（1） $A=\frac{2\pi}{3}$；（2） $\frac{3}{4}$.

【解析】（1）选择条件①，

因为 $\sqrt{3}\cos A(c\cos B+b\cos C)+a\sin A=0$，由正弦定理得：

$\sqrt{3}\cos A(\sin C\cos B+\sin B\cos C)+\sin A\sin A=0$，

即 $\sqrt{3}\cos A\sin\left(B+C\right)+\sin^2 A=0$，

在△ABC中，$\sin\left(B+C\right)=\sin A\neq0$，

所以 $\sqrt{3}\cos A+\sin A=0$，

即 $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=-\sqrt{3}$，

因为 A 为△ABC内角，所以 $A=\frac{2\pi}{3}$.

选择条件②，$\cos B=\frac{2c+b}{2a}$，由余弦定理得：

$\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{2c+b}{2a}$，

整理得：$b^2+c^2-a^2=-bc$，

所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\frac{1}{2}$，

因为 A 为△ABC内角，所以 $A=\frac{2\pi}{3}$.

选择条件③，$\tan A+\tan B+\tan C+\sqrt{3}\tan B\tan C=0$.，

因为 $\tan\left(B+C\right)=\frac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}$，即 $-\tan A=\frac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}$

所以 $\tan A+\tan B+\tan C-\tan A\tan B\tan C=0$.

所以 $\sqrt{3}\tan B\tan C=-\tan A\tan B\tan C$，

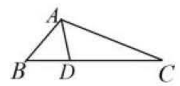
因为 A、B、C 为为△ABC内角，所以 $\tan B\neq0,\tan C\neq0$

所以 $\tan A=-\sqrt{3}$，所以 $A=\frac{2\pi}{3}$.

（2）因为边 b,c 的长度是方程 $x^2-8x+6=0$ 的两根，

所以 $b+c=8,bc=6$

因为 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}$，



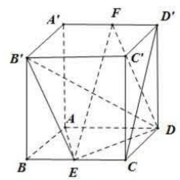
所以 $\frac{1}{2}bc\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{2}AD\cdot c\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}AD\cdot b\sin\frac{\pi}{3}$

即 $bc=\left(b+c\right)\cdot AD$，

所以 $AD=\frac{bc}{b+c}=\frac{3}{4}$

所以线段 AD 的长度为 $\frac{3}{4}$.

22.【答案】（1） $\frac{\sqrt{10}}{5}$；（2） $\frac{\sqrt{30}}{6}$.



【解析】（1）取 $A'D'$ 的中点 F，连接 EF、FD，如图，

在正方体中，E 是 BC 的中点，所以 $FD'//EC$ 且 $FD'=EC$，

所以四边形 $FD'CE$ 为平行四边形，所以 $D'C//EF$，

所以 $\angle DEF$ 或其补角即为直线 $D'C$ 与 DE 所成的角，

在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中 ，E 是 BC 的中点，F 是 $A'D'$ 的中点，

所以 $EF=D'C=\sqrt{2}a$，$DE=DF=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，

在 $\triangle DEF$ 中，$\cos\angle DEF=\frac{DE^2+EF^2-DF^2}{2DE\cdot EF}=\frac{2a^2}{2\times\frac{\sqrt{5}}{2}a\times\sqrt{2}a}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，

所以直线 $D'C$ 与 DE 所成角的余弦值 $\frac{\sqrt{10}}{5}$；

（2）延长 DE、AB 交于点 G，作 $BH\perp DG$ 于 H，连接 $B'H$，如图，

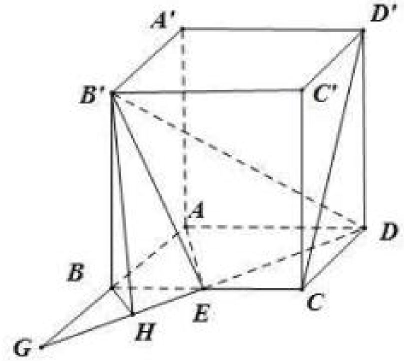
在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，$BB'\perp$ 平面 $ABCD$，$DG,BH\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $BB'\perp DG$，$BB'\perp BH$，

又 $BH\perp DG$，$BH\cap BB'=B$，所以 $DG\perp$ 平面 $BB'H$，

由 $B'H\subset$ 平面 $BB'H$ 可得 $DG\perp B'H$，

所以 $\angle B'HB$ 即为二面角 $B'-ED-A$ 的平面角，



由 $\triangle BGE\cong\triangle CDE$ 可得 $BG=CD=a$，$GE=ED=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$，

所以 $BH=\dfrac{BE\cdot BG}{GE}=\dfrac{\frac{1}{2}a\cdot a}{\frac{\sqrt{5}}{2}a}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}a$，

所以 $B'H=\sqrt{BH^2+B'B^2}=\dfrac{\sqrt{30}}{5}a$，所以 $\sin\angle B'HB=\dfrac{BB'}{B'H}=\dfrac{a}{\frac{\sqrt{30}a}{5}}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$，

所以二面角 $B'-ED-A$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。