

2022-2023 学年度下学期高一六月考试题

数学

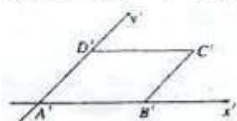
满分：150 分 时间：120 分钟

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 在复平面内，复数 $z = 2i - 1$ 对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 如图，这是一个平面图形的直观图，则它的实际形状 (四边形 $ABCD$) 为 ()



- A. 平行四边形 B. 梯形 C. 菱形 D. 矩形

3. 某圆台上底面圆的半径为 1，下底面圆半径为 2，侧面积为 $3\sqrt{2}\pi$ ，则该圆台的体积为 ()

- A. 3π B. $\frac{7\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

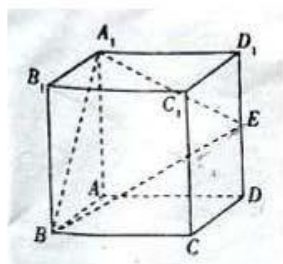
4. 已知一个圆锥的体积为 3π ，其侧面积是底面积的 2 倍，则其底面半径为 ()

- A. 3π B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. 已知圆锥的表面积为 3π ，它的侧面展开图是一个半圆，则此圆锥的体积为 ()

- A. $\sqrt{3}\pi$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\sqrt{3}$

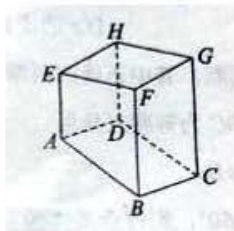
6. 如图所示，在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是棱 DD_1 的中点， F 是侧面 CDD_1C_1 上的动点，且 $B_1F \parallel$ 平面 A_1BE ，则 F 在侧面 CDD_1C_1 上的轨迹的长度是 ()



- A. a B. $\frac{a}{2}$ C. $\sqrt{2}a$ D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$

7. 如图是长方体被一平面所截得到的几何体，四边形 $EFGH$ 为截面，长方形 $ABCD$ 为底面，则四边形 $EFGH$

的形状为 ()



- A. 梯形
B. 平行四边形
C. 可能是梯形也可能是平行四边形
D. 矩形

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $a=1, 4\sqrt{3}S=b^2+c^2-1$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 4π

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分

9. 下列命题中正确的有 ()

- A. 若直线 $a \parallel b$, 直线 $b \not\subset \alpha$, 则 $a \not\subset \alpha$
B. 若直线 $a \parallel b$, $b \subset \alpha$, 那么直线 a 就平行于平面 α 内的无数条直线
C. 若直线 $a \parallel b$, $b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$
D. 过平面外一点有无数条直线与这个平面平行

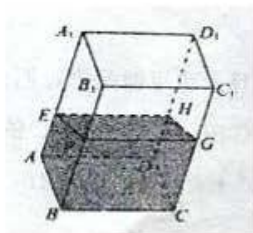
10. 下面是关于复数 $z = \frac{2}{-1+i}$ 的四个命题, 其中是真命题的为 ()

- A. $|z|=2$ B. $z^2=2i$
C. z 的共轭复数为 $1+i$ D. z 的虚部为 -1

11. 对于 $\triangle ABC$, 有如下判断, 其中正确的判断是 ()

- A. 若 $\cos A = \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
B. 若 $A > B$, 则 $\sin A > \sin B$
C. 若 $b=8, c=10, B=60^\circ$, 则符合条件的 $\triangle ABC$ 有两个
D. 若 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$, 则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形

12. 如图, 在透明塑料制成的长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 容器内灌进一些水 (未满), 现将容器底面一边 BC 固定在底面上, 再将容器倾斜, 随着倾斜度的不同, 有下列四种说法, 其中正确命题是 ()



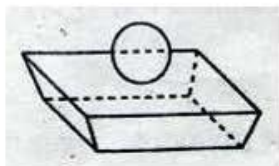
- A. 水的部分始终呈棱柱状
B. 水面四边形 $EFGH$ 的面积为定值
C. 棱 A_1D_1 始终与水面 $EFGH$ 平行
D. 若 $E \in AA_1$, $F \in BB_1$, 则 $AE + BF$ 是定值

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是内角 A, B, C 所对的边，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$ ，则 $\frac{2a \cos A}{c} =$ _____.
14. 我国南宋著名数学家秦九韶在他的著作《数书九章》卷五的“田域类”中写道：问有沙田一段，有三斜，其小斜一十三里，中斜一十四里，大斜一十五里，里法三百步。欲知为田几何。意思是已知三角形沙田的三边长分别为 13 里，14 里，15 里求三角形沙田的面积。则该沙田的面积为 _____ 平方里。
15. 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PB = 6$ ， $AC = 3$ ， G 为 $\triangle PAC$ 的重心，过点 G 作三棱锥的一个截面，使截面平行于 PB 和 AC ，则截面的周长为 _____。
16. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的四个顶点均在体积为 $\frac{32}{3}\pi$ 的球面上， $AB = BC = 1$ ， $AC = \sqrt{3}$ ，则三棱锥 $S-ABC$ 的体积的最大值为 _____。

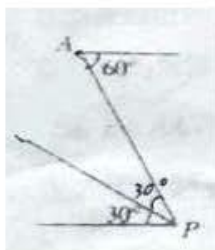
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 从① $c \sin C - a \sin A = (\sqrt{3}c - b) \sin B$ ；② $\sin 2A + \sqrt{3} \cos 2A = \sqrt{3}$ 两个条件中任选一个，补充到下面横线处，并解答。
- 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边， $AB = 2\sqrt{3}$ _____。
- (1) 求角 A ；
(2) 若 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为 O ， $\cos \angle AOB = \frac{11}{14}$ ，求 BC 的长。
18. 如图所示是某专用容器的盖子，它是用一个正四棱台和一个球焊接而成的，球的半径为 R ，正四棱台的两底面边长分别为 $6R$ 和 $5R$ ，斜高为 $1.2R$ 。
- (1) 求这个容器盖子的表面积（用 R 表示，焊接处对面积的影响忽略不计）；
(2) 若 $R = 2\text{cm}$ ，为盖子涂色时所用的涂料每 0.4kg 可以涂 1m^2 ，计算为 100 个这样的盖子涂色约需多少涂料（精确到 0.1kg ）。



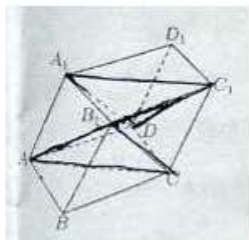
19. 已知直三棱柱底面的边长为 2cm, 另两边长都为 3cm, 侧棱长为 4cm, 求它的侧面积和体积, 及外接球的表面积.

20 如图所示, 在某海滨城市 A 附近的海面出现台风活动, 据预报, 目前台风中心位于城市 A 的东偏南 60° 方向、距城市 A 300km 的海面点 P 处, 并以 20km/h 的速度向西偏北 30° 方向移动. 如果台风影响的范围是以台风中心为圆心的圆形区域, 半径为 $100\sqrt{3}$ km, 将问题涉及范围内的地球表面看成平面, 判断城市 A 是否会受到上述台风的影响, 如果会, 求出受影响的时间; 如果不会, 说明理由.



21. 如图所示, 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为菱形

- (1) 证明: 平面 $AB_1C \parallel$ 面 A_1C_1D ;
- (2) 在直线 CC_1 上是否有在点 P, 使 $BP \parallel$ 平面 A_1C_1D 若有在, 确定点 P 的位置; 若不存在, 说明理由.



22. 设 $f(x) = \sin x \cos x - \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in [0, \pi]$.

- (1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;
- (2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $f\left(\frac{A}{2}\right) = 0$, $a = 1$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

