

★2021年3月22日下午

2021年河南省六市高三第一次联考

## 数学(文科)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分150分.考试时间为120分钟,其中第Ⅱ卷22题,23题为选考题,其它题为必考题.考试结束后,将答题卡交回.

注意事项:

- 1.答题前,考生必须将自己的姓名、准考证号码填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内.
- 2.选择题必须用2B铅笔填涂;非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清楚.
- 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效.
- 4.保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破、不准使用涂改液、刮纸刀.

### 第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的.

- 1.已知集合  $A = \{x | 2^x < 4\}$ ,  $B = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$ , 则  $A \cap B$  等于  
A.  $(2, +\infty)$       B.  $[1, +\infty)$       C.  $(1, 2)$       D.  $[1, 2)$
- 2.若复数  $z$  在复平面内的对应点为  $(1, -1)$ , 则  $\frac{z}{1+i}$  的虚部为  
A.  $-i$       B.  $-1$       C.  $0$       D.  $1$
- 3.等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_n > 0, q > 1, a_3 + a_5 = 20, a_2 a_6 = 64$ , 则  $S_4$  等于  
A. 15      B. 20      C. 31      D. 32
- 4.已知空间中不过同一点的三条直线  $m, n, l$ , 则“ $m, n, l$  两两相交”是“ $m, n, l$  在同一平面”的  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件
- 5.候鸟每年都要随季节的变化进行大规模的迁徙.研究某种鸟类的专家发现,该种鸟类的飞行速度  $v$  (单位:  $m/s$ ) 与其耗氧量  $Q$  之间的关系为  $v = a + \log_2 \frac{Q}{10}$  (其中  $a$  是实数). 据统计,该种鸟类在静止的时候其耗氧量为 20 个单位,若这种鸟类为赶路程,飞行的速度不能低于  $2m/s$ , 其耗氧量至少需要( ) 个单位.  
A. 70      B. 60      C. 80      D. 75
- 6.如图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形,此图由一个半圆和一个四分之一圆构成,两个阴影部分分别标记为  $A$  和  $M$ . 在此图内任取一点,此点取自  $A$  区域的概率记为  $P(A)$ , 取自  $M$  区域的概率记为  $P(M)$ , 则  
A.  $P(A) > P(M)$   
B.  $P(A) < P(M)$   
C.  $P(A) = P(M)$   
D.  $P(A)$  与  $P(M)$  的大小关系与半径长度有关

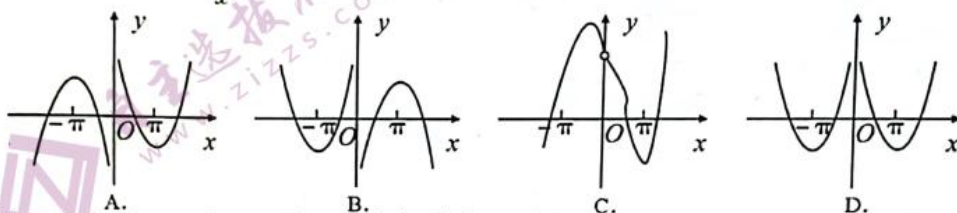


高三数学(文科)试题 第1页(共4页)

7. 已知  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数. 执行如图所示的程序框图, 若输入  $x$  的值为 2.4, 则输出  $z$  的值为
- A. 1.2  
B. 0.6  
C. 0.4  
D. -0.4



8. 函数  $f(x) = \frac{(e^x - e^{-x}) \cos x}{x^2}$  的部分图象大致形状是



9. 若  $P$  为直线  $x - y + 4 = 0$  上一个动点, 从点  $P$  引圆  $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$  的两条切线  $PM, PN$  (切点为  $M, N$ ), 则  $|MN|$  的最小值是

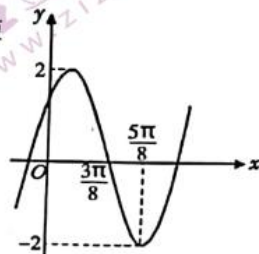
- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{4\sqrt{7}}{3}$       C.  $\frac{3\sqrt{7}}{4}$       D. 6

10. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示. 现将函数  $f(x)$  图象上的所有点向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度后, 横坐标再缩短

到原来的  $\frac{1}{2}$  倍得到函数  $g(x)$  的图象, 则函数  $g(x)$  的解析式为

A.  $g(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4})$       B.  $g(x) = 2 \sin(4x + \frac{\pi}{4})$

C.  $g(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4})$       D.  $g(x) = 2 \sin(4x - \frac{\pi}{4})$



11.  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ , 对于  $\forall x \in [-1, +\infty)$ , 均有  $f(x) - 1 \leq a(x+1)$ , 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $[\frac{1}{e^2}, +\infty)$       B.  $[\frac{1}{e}, +\infty)$       C.  $[1, +\infty)$       D.  $[\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e})$

12. 侧棱长为  $2\sqrt{3}$  的正四棱锥  $V-ABCD$  内, 有一半球, 其大圆面落在正四棱锥底面上, 且与正四棱锥的四个侧面相切, 当正四棱锥的体积最大时, 该半球的半径为

- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D. 2

第 II 卷 非选择题(共 90 分)

二、填空题:本题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分;其中第 16 题第 I 空 2 分,第 II 空 3 分.

13. 已知单位向量  $e_1, e_2$  的夹角是  $\frac{2\pi}{3}$ , 向量  $a = 3e_1 + \lambda e_2$ , 若  $a \perp e_2$ , 则实数  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0 \\ 3x - y - 3 \leq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x - 3y$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

15. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$ , 则数列  $\{a_n\}$  的前 20 项之和为 \_\_\_\_\_.

16. 已知直线  $l: x - \sqrt{3}y = 0$  交双曲线  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  于  $A, B$  两点.

(I) 已知点  $P$  是双曲线上不同于点  $A, B$  的任意一点, 则  $k_{PA} \cdot k_{PB} =$  \_\_\_\_\_ (结果用  $a, b$  表示)

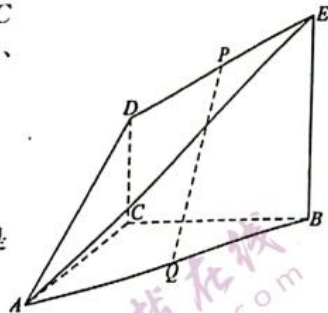
(II) 过点  $A$  作直线  $l$  的垂线  $AC$  交双曲线  $\Gamma$  于点  $C$ , 若  $\angle ABC = 60^\circ$ , 则双曲线  $\Gamma$  的离心率为 \_\_\_\_\_.

三、解答题:本题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 如图,  $DC \perp$  平面  $ABC$ ,  $EB \parallel DC$ ,  $AC = BC = EB = 2DC = 2$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $P, Q$  分别为  $DE, AB$  的中点.

(I) 求证:  $PQ \parallel$  平面  $ACD$ ;

(II) 求几何体  $B-ADE$  的体积.



18. (本小题满分 12 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  的对边分别是

$a, b, c$ ,  $\sqrt{3}a \cos B - b \sin A = 0$ .

(I) 求角  $B$  的大小;

(II) 若  $b = \sqrt{7}$ ,  $a + c = 5$ , 求  $AC$  边上的高.

19. (本小题满分 12 分) 近年来, 政府相关部门引导乡村发展旅游的同时, 鼓励农户建设温室大棚种植高品质农作物. 为了解某农作物的大棚种植面积对种植管理成本的影响, 甲、乙两同学一起收集 6 家农户的数据, 进行回归分析, 得到两个回归模型:

模型①:  $\hat{y}^{(1)} = -1.65x + 28.57$ ; 模型②:  $\hat{y}^{(2)} = \frac{26.67}{x} + 13.50$ .

对以上两个回归方程进行残差分析, 得到表:

种植面积 $x$ (亩)		2	3	4	5	7	9
每亩种植管理成本 $y$ (百元)		25	24	21	22	16	14
模型①	估计值 $\hat{y}^{(1)}$	25.27	23.62	21.97		17.02	13.72
	残差 $\hat{e}^{(1)}$	-0.27	0.38	-0.97		-1.02	0.28
模型②	估计值 $\hat{y}^{(2)}$	26.84		20.17	18.83	17.31	16.46
	残差 $\hat{e}^{(2)}$	-1.84		0.83	3.17	-1.31	-2.46

(I) 将以上表格补充完整, 并根据残差平方和判断哪个模型拟合效果更好:

高三数学(文科)试题 第 3 页(共 4 页)



(II) 视残差  $\hat{e}_i$  的绝对值超过 1.5 的数据为异常数据, 针对 (I) 中拟合效果较好的模型, 剔除异常数据后, 重新求回归方程.

$$\text{附: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}; 0.27^2 + 0.38^2 + 0.97^2 + 1.02^2 + 0.28^2 = 2.277.$$

20. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2$ , 其中常数  $a \in \mathbf{R}$ .

(I) 当  $x \in (0, +\infty)$  时, 不等式  $f(x) > 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围;

(II) 若  $a = 1$ , 且  $x \in [0, +\infty)$  时, 求证:  $f(x) > x^2 + 4x - 14$ .

21. (本小题满分 12 分) 设点  $C(x, y) (y \geq 0)$  为平面直角坐标系  $xOy$  中的一个动点 (其中  $O$  为坐标系原点), 点  $C$  到直线  $y = 0$  的距离比到定点  $F(0, 1)$  的距离小 1, 动点  $C$  的轨迹方程为  $E$ .

(I) 求曲线  $E$  的方程;

(II) 若过点  $F$  的直线  $l$  与曲线  $E$  相交于  $A, B$  两点.

① 若  $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$ , 求直线  $l$  的方程;

② 分别过点  $A, B$  作曲线  $E$  的切线且交于点  $D$ , 若以  $O$  为圆心, 以  $OD$  为半径的圆与经过点  $F$  且垂直于直线  $l$  的直线  $l_1$  相交于  $M, N$  两点, 求  $|MN|$  的取值范围.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + t \cos \varphi \\ y = 1 + t \sin \varphi \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $\varphi \in [0, \pi)$ ), 以坐

标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 圆  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 4 \cos(\theta - \frac{\pi}{3})$ .

(I) 求圆  $C$  的直角坐标方程;

(II) 设  $P$  点的坐标为  $P(1, 1)$ , 若直线  $l$  与圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 求  $|\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}|$  的最大值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知  $a, b, c$  为正数, 且  $a + b + c = 2$ , 求证:

(I)  $ab + bc + ac \leq \frac{1}{3}$ ;

(II)  $\frac{2-a}{b} \cdot \frac{2-b}{c} \cdot \frac{2-c}{a} \geq 8$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》