

2022 年 1 月 10 日 2022 年 1 月 10 日 高考适应性考试(一)

文科数学

(全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

注意事项:

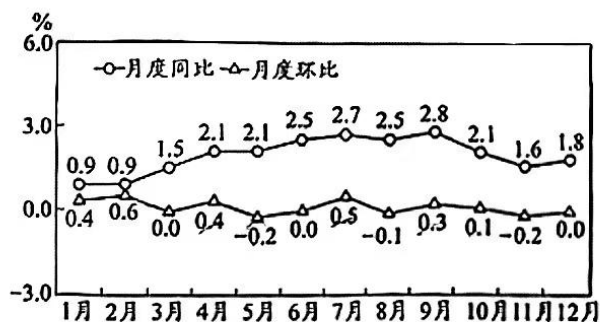
1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上。
2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新答案,不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后,将试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题列出的四个选项中,只有一项是最符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | \log_{0.5}(x-1) > 0\}$, $B = \{x | 2^x < 4\}$, 则 $A \cap B =$
A. $A \cap B$ B. $A \supseteq B$ C. $A \cap B = B$ D. $A \cup B = B$
2. 已知复数 $z = \frac{5i}{2-i}$, 则共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 在统计中,月度同比是指本月和上一年同月相比较的增长率,月度环比是指本月和上一个月相比较的增长率。如图,是 2022 年 1 月至 2022 年 12 月我国居民消费价格月度涨跌幅度统计图,则以下说法错误的是



- A. 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度同比数据的中位数为 2.1%
 - B. 在这 12 个月中,月度环比数据为正数的个数比月度环比数据为负数的个数多 3
 - C. 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度同比数据的均值为 1.85%
 - D. 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度环比数据的众数为 0.0%
4. 直线 $l: mx + y - m + 1 = 0$ 被圆 $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$ 所截得弦长的最小值为
A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

5. 函数 $f(x) = \sin 2x \cdot \tan x$ 是

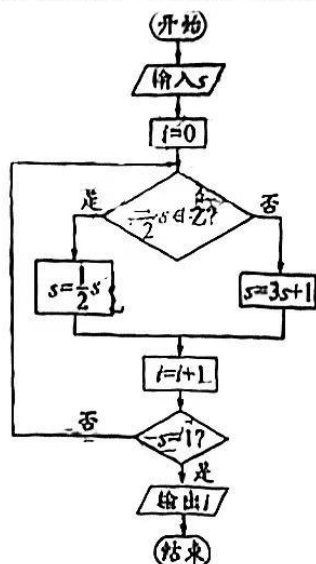
A. 奇函数, 且最小值为 0

B. 偶函数, 且最大值为 2

C. 奇函数, 且最大值为 2

D. 偶函数, 且最小值为 0

6. 考拉兹猜想由德国数学家洛塔尔·考拉兹在 20 世纪 30 年代提出, 其内容是: 任意正整数 s , 如果 s 是奇数就乘 3 加 1, 如果 s 是偶数就除以 2, 如此循环, 最终都能够得到 1. 如图所示的程序框图演示了考拉兹猜想的变换过程. 若输入 s 的值为 5, 则输出 i 的值为



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

7. 已知双曲线为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 其右焦点为 F , 过点 F 作双曲线一条渐近线的垂线, 垂足为 H , 且与另一条渐近线交于点 Q , 若 $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{HQ}$, 则双曲线的渐近线方程为

A. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

B. $y = \pm \frac{1}{2}x$

C. $y = \pm x$

D. $y = \pm \sqrt{3}x$

8. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right) (\omega > 0)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{5\pi}{48}\right)$ 上单调, 则 ω 的取值集合为

A. $\{2\}$

B. $\{8\}$

C. $\{2, 8\}$

D. $\{2, 8, 14\}$

9. 已知 $a > 1, b > 1, a^3 b = 100$, 则 $\log_a 10 + 3 \log_b 10$ 的最小值为

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

10. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 已知斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线经过焦点 F , 交抛物线 C 于点 A , 交准线 l 于点 B (点 A, B 在 x 轴的两侧), 若 $|AB| = 6$, 则抛物线 C 的方程为

A. $y^2 = 2x$

B. $y^2 = 3x$

C. $y^2 = 4x$

D. $y^2 = 6x$

11. 若 $a = \sqrt{2}, b = e^{\frac{1}{e}}, c = \pi^{\frac{1}{\pi}}$, 则

A. $a < b < c$

B. $a < c < b$

C. $c < b < a$

D. $c < a < b$

12. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过原点的直线交椭圆于 A, B 两点, 且点 A 在第一象限, 由点 A 向 x 轴作垂线, 垂足为 C , 连接 BC 交椭圆于点 D , 若 $\triangle ABD$ 为直角三角形, 则该椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

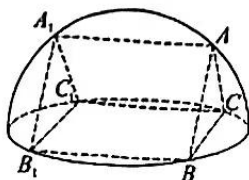
第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 3, \\ 2x+y \geq 3, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最小值是 ▲.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b+2\cos B+b\cos A=6, a=2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 ▲.

15. 如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的六个顶点都在半径为 1 的半球面上, $AB=AC$, 侧面 BCC_1B_1 是半球底面圆的内接正方形, 则直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 ▲.

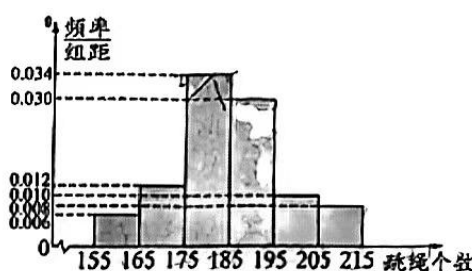


16. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3)=-f(x)$, $g(x)=f(x)-2$ 为奇函数, 则 $f(198)=$ ▲.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 当前, 以“立德树人”为目标的课程改革正在有序推进. 高中联招对初三毕业生进行体育测试, 是激发学生、家长和学校积极开展体育活动, 保证学生健康成长的有效措施. 2023 年某地初中毕业生升学体育考试规定, 考生必须参加立定跳远、掷实心球、1 分钟跳绳三项测试, 三项考试满分 50 分, 其中立定跳远 15 分, 掷实心球 15 分, 1 分钟跳绳 20 分. 某学校在初三上期开始时要掌握全年级学生 1 分钟跳绳的情况, 随机抽取了 100 名学生进行测试, 得到如下频率分布直方图, 且规定计分规则如表

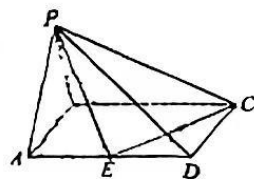


1 分钟跳绳个数	得分
$[155, 165)$	17
$[165, 175)$	18
$[175, 185)$	19
$[185, +\infty)$	20

(I) 请估计学生的跳绳个数的中位数和平均数(保留整数);

(II) 若从跳绳个数在 $[155, 165)$, $[165, 175)$ 两组中按分层抽样的方法抽取 6 人参加正式测试, 并从中任意选取 2 人, 求 2 人得分之和大于 34 分的概率.

18. (本小题满分 12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $\triangle PAB$ 是边长为 2 的正三角形, 且平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, E 为线段 AD 的中点, PE 与平面 $ABCD$ 所成角为 45° .



- (I) 求证: $EP = EC$;
(II) 求证: 平面 $PCE \perp$ 平面 PBC .

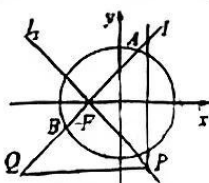
19. (本小题满分 12 分) 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = Aq^n + B$, 其中 A, B, q 为常数.

- (I) 若 $A+B=0$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;
(II) 若 $a_1=1, a_{n+1}=4a_n$, 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = (x-m)e^x - \frac{1}{m}x^2 + nx$, 且曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线为 $y=-2$.

- (I) 求 m, n 的值和 $f(x)$ 的单调区间;
(II) 若 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ ($x_1 < x_2 < x_3$), 求证: $x_1 + x_3 > 0$.

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 点 F_1, F_2 为椭圆 C 的左、右焦点, 且经过点 $F_1(-c, 0)$ 的最短弦长为 3.



- (I) 求椭圆 C 的方程;
(II) 如图, 过点 F_1 分别作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , 且直线 l_1 与椭圆 C 交于不同两点 A, B , 直线 l_2 与直线 $x=c$ 交于点 P , 若 $\overrightarrow{AF_1} = \lambda \overrightarrow{F_1B}$, 且点 Q 满足 $\overrightarrow{QA} = \lambda \overrightarrow{QB}$, 求 $|PQ|$ 的最小值.

- (二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 那么按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 已知曲线 $C_1: \theta = \theta_0$ ($\theta_0 \in (0, \pi), \rho \geq 0$), 与曲线 $C_2: \rho^2 - 4\rho \sin \theta + 3 = 0$ 相交于 P, Q 两点.

- (I) 写出曲线 C_2 的直角坐标方程, 并求出 θ_0 的取值范围;
(II) 求 $\frac{1}{|OP|} + \frac{1}{|OQ|}$ 的取值范围.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分) 已知函数 $f(x) = 2|x-1| + |x-m|$ ($x \in \mathbb{R}$), 不等式 $f(x) < 7$ 的解集为 $(-\frac{2}{3}, 4)$.

- (I) 求 m 的值;
(II) 若三个实数 a, b, c , 满足 $a+b+c=m$, 求证: $(a+c)^2 + (a+b+2c)^2 + (2a+b+c)^2 \geq 4m$.