陕西师大附中 2022-2023 学年度高三年级第十次模考

数学（文科） 参考答案

一、选择题：

1-6CBDACC 7-12 DBD CA D

二、填空题：

13. $-\frac{5}{2}$.

14. 18

15. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

16. $\frac{9}{8}[1-(\frac{1}{9})^n]\pi$

三. 解答题

17. 解：(1) $\because \sin C\cos B-\frac{\sqrt{3}}{3}\sin B\sin C=\sin[\pi-(C+B)]=\sin C\cos B+\cos C\sin B$.

$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{3}\sin B\sin C=\cos C\sin B$.

由于 $\sin B>0$，所以 $-\frac{\sqrt{3}}{3}\sin C=\cos C$，即 $\tan C=-\sqrt{3}$.

$\because C\in(0,\pi)$.

$\therefore C=\frac{2\pi}{3}$. ……6 分

（1）因为CD为角C的角平分线，且$CD=2, S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ACD}+S_{\Delta BCD}$,

根据三角形面积公式可得

$\frac{1}{2}ab\cdot\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{2}b\cdot CD\cdot\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}a\cdot CD\cdot\sin\frac{\pi}{3}$,

等式两边同除以$\frac{1}{2}ab\cdot CD$可得$\frac{\sin\frac{2\pi}{3}}{CD}=\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{a}+\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{b}$,即$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$,

则$a+2b=2(a+2b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=2(3+\frac{2b}{a}+\frac{a}{b})\geq 6+4\sqrt{2}$,

当且仅当$b=2+\sqrt{2}, a=2+2\sqrt{2}$时等式成立，

故$a+2b$的最小值为$6+4\sqrt{2}$.

18. 解：(1) $K^2=\frac{80(25\times30-10\times15)^2}{35\times45\times40\times40}=\frac{80}{7}\approx 11.429$. ……4 分

$\because 11.429>6.635$. ……5 分

$\therefore$ 有 99% 的把握认为满意程度与年龄有关. ……6 分

(2)根据题意，该 4 名员工的贡献积分分别按甲、乙两种方案所获补贴情况为：

积分	2	3	6	7

方案甲	2400	3100	5200	5900
方案乙	3000	3000	5600	5600

可知“A类工人”有2 名．……8 分

记“至少抽到1名A类员工”为事件M，

则$P(M)=1-P(\overline{M})=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$．……12 分

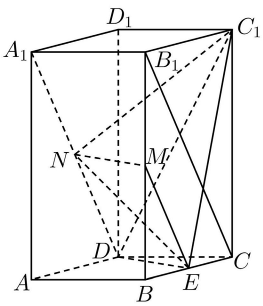
19. （1）连接ME,B_1C，

$\because M,E$分别为BB_1,BC中点，$\therefore ME$为$\triangle B_1BC$的中位线，$\therefore ME//B_1C$且$ME=\frac{1}{2}B_1C$，

又N为A_1D中点，$A_1D//B_1C$，$A_1D=B_1C$，$\therefore ND//B_1C$，$ND=\frac{1}{2}B_1C$，

$\therefore ME//ND$，$ME=ND$，$\therefore$四边形$MNDE$为平行四边形，

$\therefore MN//DE$，又$MN\not\subset$平面C_1DE，$DE\subset$平面C_1DE，$\therefore MN//$平面C_1DE．



（2）由（1）得：$MN//$平面C_1DE，$\therefore V_{N-C_1DE}=V_{M-C_1DE}=V_{D-C_1ME}$，

连接C_1M,ME，

在矩形BCC_1B_1中，

$S_{\triangle C_1ME}=S_{\square BCC_1B_1}-S_{\triangle BEM}-S_{\triangle C_1B_1M}-S_{\triangle CC_1E}=32-4-8-8=12$；

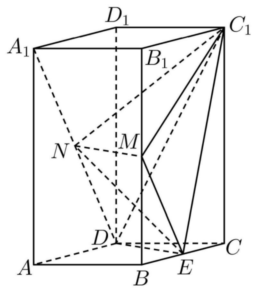
$\because$四边形$ABCD$为菱形，$\angle BAD=60^\circ$，E为BC的中点，$\therefore DE\perp BC$，

$\because DE\perp CC_1$，$BC\cap CC_1=C$，$BC,CC_1\subset$平面BCC_1B_1，

$\therefore DE\perp$平面BCC_1B_1，则DE为三棱锥$D-C_1EM$的高，

$\because DE=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，$\therefore V_{D-C_1ME}=\frac{1}{3}S_{\triangle C_1ME}\cdot DE=\frac{1}{3}\times 12\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$，

$\therefore$三棱锥$N-C_1DE$的体积为$8\sqrt{3}$．



20. 解：解：（1）将$\left(-1,\frac{3}{2}\right)$代入椭圆方程，得到$\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4\times 3}=1$，故 $a^2=4$，

故椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$…………2 分

当直线PQ的斜率为 0 时，此时O,P,Q三点共线，不合要求，舍去；

当直线PQ的斜率不为 0 时，设直线PQ的方程为$x=ty+\sqrt{3}$，

与椭圆方程$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$联立，得$\left(3t^2+4\right)y^2+6\sqrt{3}ty-3=0$，

设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=-\dfrac{6\sqrt{3}t}{3t^2+4},y_1y_2=-\dfrac{3}{3t^2+4}$，

则$S_{\triangle OPQ}=\dfrac{1}{2}|OP|\cdot|y_1-y_2|=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\left(-\dfrac{6\sqrt{3}t}{3t^2+4}\right)^2+\dfrac{12}{3t^2+4}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\dfrac{108t^2}{(3t^2+4)^2}+\dfrac{12}{3t^2+4}}=6\sqrt{\dfrac{3t^2+1}{[(3t^2+1)+3]^2}}=6\sqrt{\dfrac{3t^2+1}{(3t^2+1)^2+6(3t^2+1)+9}}$

$=6\sqrt{\dfrac{1}{(3t^2+1)+\dfrac{9}{3t^2+1}+6}}\le 6\sqrt{\dfrac{1}{2\sqrt{(3t^2+1)\cdot\dfrac{9}{3t^2+1}}+6}}=\sqrt{3}$，

当且仅当$3t^2+1=\dfrac{9}{3t^2+1}$，即$t=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{3}$时，等号成立，

故$\triangle OPQ$面积的最大值为$\sqrt{3}$，此时直线PQ的方程为$\sqrt{3}x+\sqrt{2}y-3=0$或$\sqrt{3}x-\sqrt{2}y-3=0$；………8 分

（2）在x轴上存在点$S\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3},0\right)$使得$\angle PST=\angle QST$恒成立，理由如下：

因为$\angle PST=\angle QST$，所以$k_{PS}+k_{QS}=0$，即$\dfrac{y_1}{x_1-s}+\dfrac{y_2}{x_2-s}=0$，

整理得$(x_2-s)y_1+(x_1-s)y_2=0$，即$(ty_2+\sqrt{3})y_1+(ty_1+\sqrt{3})y_2-s(y_1+y_2)=0$，

所以$2ty_1y_2+(\sqrt{3}-s)(y_1+y_2)=0$，

则$2t\left(-\dfrac{3}{3t^2+4}\right)+(\sqrt{3}-s)\left(-\dfrac{6\sqrt{3}t}{3t^2+4}\right)=0$，解得$s=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

故在x轴上存在点$S\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3},0\right)$，使得$\angle PST=\angle QST$恒成立.………12 分

21.（1）解：由题意，函数$f(x)=e^x-x$，可得$f'(x)=e^x-1$，

令$f'(x)=0$，解得$x=0$，

当$x\in[-2,0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；

当$x\in(0,2]$时，$f^{¢}(x)>0$，$f(x)$单调递增，

所以$f(x)_{\min}=f(0)=1$，

又因为$f(2)=e^2-2$，且$f(-2)=\dfrac{1}{e^2}+2$，可得$f(-2)<f(2)$，

所以$f(x)_{\max}=f(2)=\mathrm{e}^2-2$，

故$f(x)$在区间$[-2,2]$上的最小值为1，最大值为e^2-2.

（2）解：令$h(x)=f(x)-g(x)=\mathrm{e}^x-x-ax^2-1(x>0)$，

因为$h(0)=0$，要使得$f(x)>g(x)$，只需$h(x)>h(0)$即可，

又由$h'(x)=\mathrm{e}^x-2ax-1$，且$h'(0)=0$，

令$t(x)=h'(x)=\mathrm{e}^x-2ax-1$，则$t'(x)=\mathrm{e}^x-2a$，

当$a\le 0$时，$t'(x)>0$，有$h'(x)>0$，即$h(x)>h(0)$，符合题意；

当$a>0$时，$t'(x)=\mathrm{e}^x-2a=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\ln(2a)}$，

若$\ln(2a)\le 0$，即$0<a\le\frac{1}{2}$时，$t'(x)>0$，此时$h'(x)>0$，即$h(x)>h(0)$，符合题意；

若$\ln(2a)>0$，即$a>\frac{1}{2}$时，$t(x)$在$(0,\ln(2a))$上单调递减，在$(\ln(2a),+\infty)$上单调递增，可得

$t(x)_{\min}=t(\ln(2a))<t(0)=0$，此时$h(x)_{\min}<f(0)$，不合题意，

综上可得，实数a的取值范围为$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$.

22. 解：(1) 直线l的参数方程为：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$ (t为参数) $\alpha\ne\frac{\pi}{2}$. ……2 分

曲线C：$\rho\cos^2\theta=2\sin\theta$，$\therefore\rho^2\cos^2\theta=2\rho\sin\theta$. ……3 分

由$x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$得：曲线$C$的直角坐标方程为：$x^2=2y$. ……5 分

(2) 设A,B两点对应的参数分别为t_1,t_2，

将直线l的参数方程代入曲线C的方程$x^2=2y$得：$t^2\cos^2\alpha=2(2+t\sin\alpha)$，……6 分

化简得：$(\cos^2\alpha)t^2-(2\sin\alpha)t-4=0$，$\therefore t_1+t_2=\frac{2sin\alpha}{\cos^2\alpha},t_1t_2=\frac{-4}{\cos^2\alpha}$. ……7 分

$\therefore|PM|=\left|\frac{t_1+t_2}{2}\right|=\frac{|\sin\alpha|}{\cos^2\alpha}$, $|PA|\cdot|PB|=|t_1t_2|=\frac{4}{\cos^2\alpha}$. ……8 分

$\because|PA|,|PM|,|PB|$成等比数列，$\therefore|PM|^2=|PA|\cdot|PB|$, $\therefore\frac{\sin^2\alpha}{\cos^4\alpha}=\frac{4}{\cos^2\alpha}$, ……9 分

$\therefore\tan^2\alpha=4$, $\therefore\tan\alpha=\pm2$. 故直线$l$的斜率为$2$或$-2$. ……10 分

23. 解：（1）若不等式 $f(x)\ge|m-1|$ 有解，只需 $f(x)_{max}\ge|m-1|$ 即可.

因为 $f(x)=\sqrt{x^2-2x+1}-|x+2|=|x-1|-|x+2|\le|(x-1)-(x+2)|=3$，………4 分.

所以 $|m-1|\le3$，解得 $-2\le m\le4$，

所以实数 m 的最大值 $M=4$.…………5 分.

（2）根据（1）知正实数 a，b 满足 $3a^2+b^2=4$，

由柯西不等式可知 $(3a^2+b^2)(3+1)\ge(3a+b)^2$，…………8 分.

所以，$(3a+b)^2\le16$，因为 a,b 均为正实数，

所以 $3a+b\le4$（当且仅当 $a=b=1$ 时取"="），…………10 分.