

2022 年“三新”协同教研共同体高三联考 数学试卷(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。

第 I 卷

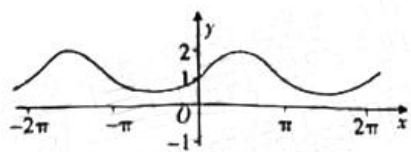
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 2\}$, $A = \{-2, -1\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, -1, -2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 1, 2\}$
2. 已知直线 $l_1: 3m^2x - y + 1 = 0$, 直线 $l_2: x + \frac{1}{2m-1}y - 2 = 0$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $m =$
 A. $\frac{1}{3}$ B. -1 C. $-\frac{1}{3}$ 或 1 D. $\frac{1}{3}$ 或 -1
3. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 2, S_5 = a_5$, 则 $S_7 =$
 A. -2 B. 2 C. 14 D. -14
4. 已知向量 $a = (1, 2), b = (3, -4)$, 则 a 在 b 上的投影为
 A. 1 B. -1 C. $\sqrt{5}$ D. $-\sqrt{5}$
5. 过体积为 $\frac{4\pi}{3}$ 的球 O 外一点 P 作球 O 的切线, 若 $OP = 2$, 则切点所在平面与所有切线所围成的几何体的侧面积为
 A. $\frac{3\pi}{8}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}\pi}{4}$
6. 如图所示, 位于信江河畔的上饶大桥形如船帆, 寓意扬帆起航。建成的上饶大桥对上饶市实施“大品牌、大产业、大发展”的战略产生深远影响。上饶大桥的桥型为自锚式独塔空间主缆悬索桥, 其主缆在重力作用下自然形成的曲线称为悬链线。一般地, 悬链线的函数解析式为 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2a}$ ($a > 0$), 则下列关于 $f(x)$ 的说法正确的是
 A. $\exists a > 0, f(x)$ 为奇函数
 B. $\forall a > 0, f(x)$ 有最小值 1
 C. $\exists a > 0, f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增
 D. $\forall a > 0, f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

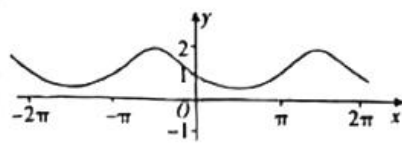


【高三数学 第 1 页(共 4 页)理科】

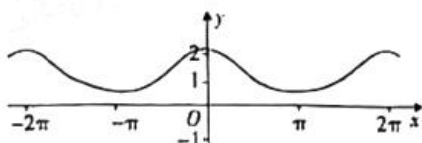
7. 函数 $f(x) = 2^{\sin x}$ 的大致图象是



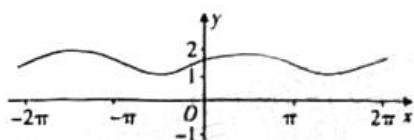
A



B



C



D

8. 已知三个单位向量 a, b, c 满足 $a \cdot b = \frac{1}{2}$, 则 $(a+b) \cdot c$ 的最小值为

A. $\sqrt{3}$

B. $-\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. $-\sqrt{2}$

9. 已知 $a = \log_3 2 + \log_2 3, b = \log_3 4 + \log_4 3, c = e^{\frac{1}{e}}$, 则

A. $a > b > c$

B. $b > a > c$

C. $a > c > b$

D. $c > b > a$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $0 < a_1 < 1, [a_{n+1}] = [a_n] + 2$ (其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数), 且数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2022$, 则 $n =$

A. 44

B. 45

C. 46

D. 47

11. 已知函数 $f(x) = |ax^2 + x + 1|, x \in [1, 2]$, 且 $f(x)$ 的最大值为 $a+2$, 则 a 的取值范围是

A. $[-1, -\frac{1}{2}]$

B. $[-1, -\frac{1}{3})$

C. $[-2, -\frac{1}{3}]$

D. $[-1, -\frac{1}{2})$

12. 已知正四面体 $A-BCD$, 则在平面 BCD 内到平面 ABC 、平面 ABD 、平面 ACD 的距离相等的点有

A. 1 个

B. 4 个

C. 7 个

D. 无数个

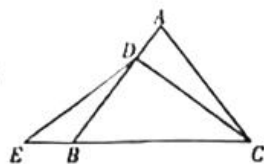
第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 定积分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx =$ \blacktriangle .

14. 已知 $a > 0, b > 0, a + b = 2$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值为 \blacktriangle .

15. 如图所示, 已知在边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上的一个动点, E 是 CB 延长线上一点, 且 $DE = DC$, 则 $S_{\triangle ACD} + 2S_{\triangle BDE}$ 的最大值为 \blacktriangle .



16. 若对任何实数 $x \in [0, a], \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) [2\sin(\frac{4}{3}x - \frac{\pi}{3}) - 1] \leq 0 (\omega > 0)$

恒成立, 则 a 的最大值为 \blacktriangle , 此时 $\omega =$ \blacktriangle . (本题第一空 3 分, 第二空 2 分)

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

设常数 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = a \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1$.

(1) 若 $y = f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称, 求 a 的值;

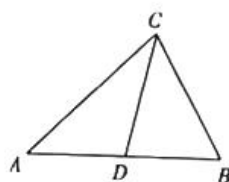
(2) 若 $a = \sqrt{3}$, 且 $f(x) \geq 1$, 求 x 的取值范围.

18. (12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\cos A}{ac} + \frac{\cos B}{bc} = \frac{2 \cos C}{ab}$.

(1) 求角 C ;

(2) 若角 C 的平分线交 AB 于点 D , $CD = \sqrt{3}$, $AB = 2$, 求 a, b 的值.

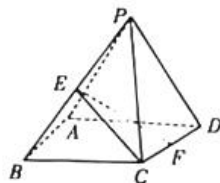


19. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $PB = PC = 2\sqrt{2}$, E, F 分别是 PB, CD 的中点.

(1) 若平面 CEF 截四棱锥 $P-ABCD$ 得两个几何体, 求上、下两部分几何体的体积比;

(2) 若 $AB \perp EF$, 求 PD 与平面 EFC 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, n \text{ 为正偶数,} \\ a_n + 2, n \text{ 为正奇数.} \end{cases}$

(1) 证明: $\{a_{2k} + 2\} (k \in \mathbf{N}_+)$ 为等比数列, 并求 a_{2k} .

(2) 若数列 $\{\frac{5 \times 2^k}{a_{2k-1} a_{2k}}\}$ 的前 k 项和为 S_k , 证明: $\frac{10}{3} \leq S_k < 4$.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x - ae^{ax}, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = 1$ 时, 证明: $f(x) + \ln(x+1) - x + 1 \leq 0$ 在 $(-1, +\infty)$ 上恒成立.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x$ 和 $g(x) = a \sin x, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

(1) 若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $a = 1$ 时, 证明: 有且仅有一条直线同时与 $y = f(x), y = g(x)$ 的图象相切. (参考数据: $e^3 \approx 20$)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线