

2022—2023 学年度第二学期期末七校联考

高二数学试题

命题学校：重庆市铜梁中学

命题人：罗术群 张 洋

审题人：莫绍会

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。
3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 考试结束后，将答题卷交回。

第Ⅰ卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (原创) 已知集合 $A = \{x | y = x, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = \ln x, x > 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\emptyset$ B. $\{(1, 1)\}$ C. $(0, +\infty)$ D. $\mathbb{R}$

2. (改编) 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0 = -2$ 或 $x_0 = 3$, 则 ()

- A. $\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, x \neq -2$ 或 $x \neq 3$ B. $\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, x \neq -2$ 且 $x \neq 3$
C. $\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, x = -2$ 且 $x = 3$ D. $\neg p: \exists x_0 \notin \mathbb{R}, x_0 = -2$ 或 $x_0 = 3$

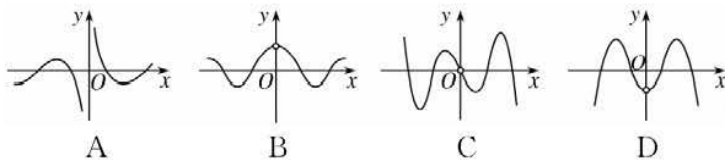
3. (改编) $(2x+1)^4 = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_0 + a_2 + a_4 =$ ()

- A. 41 B. 40 C. -40 D. -41

4. (改编) 已知函数 $f(x+1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 则函数 $f(2x-1)$ 的定义域 ()

- A. $[-1, 4]$ B. $[-7, 3]$ C. $[-3, 7]$ D. $\left[0, \frac{5}{2}\right]$

5. (改编) 函数 $y = \sin x \cdot \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$ 的部分图象大致为 ()



6. 已知函数 $y = \begin{cases} (1-a)x + 14a, & x < 10 \\ \lg x, & x \geq 10 \end{cases}$ 的值域为 $\mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $\left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$ C. $\left[-\frac{9}{4}, 1\right)$ D. $\left(-\frac{9}{4}, 1\right)$

7. (改编) 已知函数 $f(x) = x^2 - 4x - a \ln x$, 则 $f(x)$ 在 $(1, 3)$ 上不单调的一个充分不必要条件是 ()
- A. $a \in (-\infty, -2)$ B. $a \in (6, +\infty)$ C. $a \in (-2, 0)$ D. $a \in (-2, 6)$
8. (改编) 设 $a = 3\sqrt[3]{e}$, $b = \frac{2}{\ln 2}$, $c = \frac{e^2}{4 - \ln 4}$, 则 ()
- A. $c < a < b$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$
- 二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.
9. (原创) 已知随机变量 X 服从正态分布, 其正态曲线对应的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{2}}$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 若 $Y = X + 3$, 则 $E(Y) = 6$ B. 若 $Y = 3X + 1$, 则 $D(Y) = 9$
- C. $P(X \leq 2) = P(X \geq 4)$ D. $P(X \geq 2) < P(X = 3)$
10. 下列说法错误的是 ()
- A. 回归直线必过样本中心点.
- B. 期望反映了随机变量取值的平均水平, 方差反映了随机变量取值与其均值偏离程度.
- C. 残差的平方和越小, 说明模型的拟合效果越差.
- D. 在独立性检验中, 统计变量 χ^2 越大, 说明两个变量的关系就越弱.
11. 设正实数 m 、 n 满足 $m + n = 2$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $\frac{n}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为 3 B. mn 的最大值为 1
- C. $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的最小值为 2 D. $m^2 + n^2$ 的最小值为 2
12. (改编题) 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称, 当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) = e^{x-1}$, 则下列判断正确的是 ()
- A. $f(2025) = 1$ B. $f(x)$ 的周期为 4
- C. $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$ D. $f(x+1)$ 是偶函数

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. (改编) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(2x+1) = 4x^2 + 3$, 则 $f(x) =$ _____.
14. (改编) $(x^3 - \frac{1}{x})^4$ 的展开式中常数项是 _____.
15. (改编) 已知 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$, $P(B|A) = 0.8$, 则 $P(\overline{B}|\overline{A}) =$ _____.
16. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax (a \in R)$, $g(x) = x \ln x$, 若过点 $(0, -1)$ 存在直线 l 与 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图像相切, 则 a 的值 _____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤．

17. 设函数 $f(x) = \sqrt{2+x} + \ln(4-x)$ 的定义域为 A , 集合 $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\} (m \geq 2)$.

(1) 求集合 A ;

(2) 若 $p: x \in A$, $q: x \in B$, 且 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

18. (原创) 今年的 5 月 20 日是全国第 34 个“中学生营养日”, 今年的主题是“科学食养助力儿童健康成长”. 围绕这个主题, 在今天的 5 月 19 日, 中国校园健康行动领导小组、中国国际公司促进会、中国关心下一代健康体育基金会、中国关心下一代工作委员会健康体育发展中心、中国国际跨国公司促进会中国青少年儿童健康安全食品联合工作委员会、中国青少年儿童健康安全食品管理委员会等单位在京共同启动了“中国青少年儿童营养健康标准推广实施行动”. 我校也希望大力改善学生的膳食结构, 让更多的学生到食堂正常就餐, 而不是简单地用面包, 方便面或者零食来填饱肚子. 于是学校从晚餐在食堂就餐的学生中随机抽取了 100 名学生, 针对他们晚餐时更喜欢吃面食还是更喜欢吃米饭做了调查, 得到如下列联表:

	更喜欢吃面食	更喜欢吃米饭	总计
男生	30	25	55
女生	20	25	45
总计	50	50	100

(1) 依据小概率 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 判断晚餐是否更喜欢吃面食与性别是否有关联?

(2) 在样本中, 从晚餐更喜欢吃面食的学生中按性别分层抽样抽取 5 人, 在这 5 人中任选 2 人, 其中女生的人数为 X , 请写出 X 的分布列;

(3) 现用频率估计概率, 在全校学生中, 从晚餐更喜欢吃面食的学生中任选 3 人, 其中男生人数为 Y , 请写出 Y 的期望和方差.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

α	0.05	0.01	0.005
χ_{α}^2	3.841	6.635	7.879

19. (改编) 已知函数 $f(x) = x^2 + 2xf'(\frac{1}{2})$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

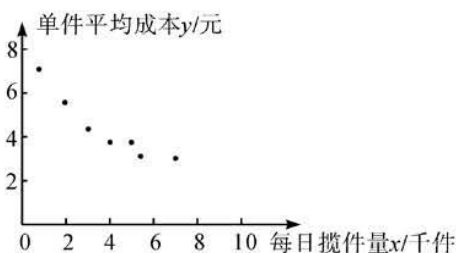
(2) 若函数 $g(x) = f(x) - x^2 + 3x - 2\ln x - a$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上恰有两个不同的零点, 求实数 a 的取值范围.

20. (原创) 袋中装有黑球、白球共 7 个, 从中任取 2 个球都是白球的概率为 $\frac{1}{7}$.

(1) 现有甲、乙二人从袋中轮流摸取 1 球, 甲先取, 乙后取, 然后甲再取, …… , 取后不放入, 直到两人中有一人取到白球为止, 每个球在每一次被取出的机会是等可能的. 求取球次数 X 的分布列;

(2) 现从袋中将黑球和白球各取出一个, 再让丙从袋中取球, 每次取一个, 记下颜色后放回再取, 直到将同一种颜色的球取出 3 次为止, 记丙取球的次数为 Y , 求 Y 的期望.

21. 快递业的迅速发展导致行业内竞争日趋激烈. 某快递网点需了解一天中收发一件快递的平均成本 y (单位: 元) 与当天揽收的快递件数即揽件量 x (单位: 千件) 之间的关系, 对该网点近 7 天的每日揽件量 x_i (单位: 千件) 与当日收发一件快递的平均成本 y_i



(单位: 元) ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) 的数据进行了初步处理, 得到散点图及一些统计量的值.

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{w}$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^7 (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^7 (w_i - \bar{w})^2$
4	4.6	0.37	-18	2.75	25.5	0.55

表中 $w_i = \frac{1}{x_i}$, $\bar{w} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 w_i$.

(1) 根据散点图判断 $y = ax + b$ 与 $y = c + \frac{d}{x}$ 哪一个更适宜作为 y 关于 x 的经验回归方程类型? 并根据判断结果及表中数据求出 y 关于 x 的经验回归方程;

(2) 已知该网点每天的揽件量 x (单位: 千件) 与单件快递的平均价格 t (单位: 元) 之间的关系是 $x = \sqrt{59 - 4t}$ ($5.75 \leq t \leq 14.5$), 收发一件快递的利润等于单件的平均价格减去平均成本, 根据 (1) 中建立的经验回归方程解决以下问题:

- ① 预测该网点某天揽件量为 2 千件时可获得的总利润;
 - ② 单件快递的平均价格 t 为何值时, 该网点一天内收发快递所获利润的预报值最大?
- 附: 对于一组具有线性相关关系的数据 (μ_i, v_i) ($i=1, 2, \dots, n$), 其经验回归直线

$$\hat{v} = \hat{\beta}\mu + \hat{\alpha} \text{ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{\mu}.$$

22. (改编) 已知函数 $f(x) = x \ln x - \frac{1}{2}mx^2 - x$, $m \in \mathbb{R}$.

- (1) 若 $g(x) = f'(x)$ ($f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数), 求函数 $g(x)$ 的单调区间;
- (2) 求函数 $g(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最大值;
- (3) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$), 求证: $\frac{1}{\ln x_1} + \frac{1}{\ln x_2} > 2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线